

Η πρό(σ)κλήση της γεωμετρίας και της τεχνολογίας στις μικρές ηλικίες: Το 'μέσο' και το 'μήνυμα' του συστήματος άτομα-τεχνολογία-δραστηριότητα

Άννα Χρονάκη
Επίκουρη Καθηγήτρια
chronaki@uth.gr

Παιδαγωγικό Τμήμα Προσχολικής Εκπαίδευσης
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Περίληψη

Η χρήση της τεχνολογίας στο σχολείο και η έμφαση στη σύνδεση εμπειρικής και θεωρητικής γεωμετρικής γνώσης μελετούνται στο παρόν κείμενο ταυτόχρονα ως *πρόσκληση* και ως *πρόκληση* για τη διδακτική των μαθηματικών. Η *πρόσκληση* αφορά στο γεγονός ότι τόσο η γεωμετρία όσο και η τεχνολογία αποτελούν περιοχές τις οποίες τα παιδιά ενδιαφέρονται να κατακτήσουν και να διερευνήσουν. Η γεωμετρία συνδέεται με τον περιβάλλοντα 'χώρο' ζωής και κίνησης και η τεχνολογία, το πλέον ελκυστικό 'παιδί' της νεωτερικής εποχής, παραπέμπει στη 'βελτίωση' συνθηκών ζωής (επικοινωνία, πληροφορία, συναλλαγές) καθώς και στην προβληματοποίηση της ανταλλαγής και μετάλλαξης (transformation) της γνώσης. Ταυτόχρονα, η *πρόκληση* είναι αποτέλεσμα μιας στοχοθεσίας που αφορά στο σχεδιασμό διδακτικών παρεμβάσεων (δραστηριότητα, αλληλεπίδραση με άτομα και εργαλεία) οι οποίες, κάτω από προϋποθέσεις, τείνουν να 'συναντώνται'¹ σε δίπολα όπως η *εμπειρική* και *θεωρητική* γνώση για τη γεωμετρία ή ο επιστημονικός (*ορθολογικός*) και ο αφηγηματικός (*υποκειμενικός*) τρόπος σκέψης. Η εργασία αυτή εστιάζει στην αλληλόδραση ατόμων-τεχνολογίας-δραστηριότητας για τη γεωμετρία στις μικρές ηλικίες, βασιζόμενη στο ερμηνευτικό πλαίσιο της κοινωνικο-πολιτισμικής προσέγγισης και συζητά τη δυνατότητα ανάπτυξης επιστημονικής σκέψης (Vygotsky, 1987, Davydov, 1995, Hedegaard & Lompscher, 1999).

¹ Η έννοια της 'συνάντησης' νοηματοδοτεί τη δημιουργία διδακτικών και μαθησιακών πεδίων όπου τα δίπολα αυτά μοιάζει να συνυπάρχουν και να εξωτερικεύονται στο λόγο που δημιουργείται στα πλαίσια της δραστηριοποίησης μαθητευόμενων και εκπαιδευτικών.

Εισαγωγή

Μαρία: Έγινε ένα τρίγωνο!
Ερευνήτρια: Γιατί, πριν δεν ήταν τρίγωνο;
Μαρία: Όχι. Ήταν άλλο σχήμα.
Ερευνήτρια: Πόσες γωνίες έχει ένα τρίγωνο;
Μαρία: Τρεις. Θέση για το σχήμα Α
Ερευνήτρια: Εκείνο δεν έχει τρεις;
Μαρία: Ναι.
Ερευνήτρια: Γιατί τότε δεν είναι τρίγωνο;
Μαρία: Είναι λίγο αλλιώτικο, είναι πεσμένο...

Επεισόδιο 1: Μαρία, 6 ετών, Μάρτης 2004, Το 'πεσμένο' τρίγωνο

Η μικρή Μαρία παρακολουθεί την πρώτη Δημοτικού και είναι από τα παιδιά που θεωρούνται ότι δεν τα πάνε τόσο καλά στα μαθήματα και ιδιαίτερα στα μαθηματικά. Η Μαρία σχεδιάζει τρίγωνα στην οθόνη του υπολογιστή χρησιμοποιώντας το Cabri, ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας. Η Μαρία δεν είναι μόνη σ' αυτή τη σκηνή. Δουλεύει στα πλαίσια μιας δραστηριότητας που στοχεύει στη κατασκευή τριγώνων με εργαλεία του Cabri και ταυτόχρονα εμπλέκεται σε διάλογο με την ερευνήτρια, η οποία της θέτει ερωτήματα επιζητώντας αναστοχασμό, διερεύνηση και επέκταση των απαντήσεων που δίδονται.

Στο παραπάνω στιγμιότυπο, η Μαρία αλλάζει το τρίγωνο που σχεδίασε και παρακολουθεί τα διαφορετικά τρίγωνα που προκύπτουν. Μέσα από το διάλογο που έχει με την ερευνήτρια κατανοούμε ότι αρχικά αναγνωρίζει ως τρίγωνο μόνο σχήματα της μορφής ισοπλεύρου ή ισοσκελούς και την 'ακούμε' να υποστηρίζει ότι ένα αμβλυγώνιο ή ορθογώνιο το οποίο είναι τοποθετημένο σε πλάγια θέση δεν είναι πραγματικό τρίγωνο. Όπως χαρακτηριστικά λέει '..[ε]ίναι λίγο αλλιώτικο, είναι πεσμένο'. Τι νόημα, άραγε, κρύβουν τα λόγια της Μαρίας; Τι σημαίνει γι' αυτήν το τρίγωνο; Θα μπορούσαμε να χαρακτηρίζαμε τη νοητική αναπαράσταση της για το

τρίγωνο φτωχή, ελλειπή ή λανθασμένη; Ή μήπως πρόκειται για γνώση πλακισιοθετημένη² (situated) σε καθημερινές πρακτικές η οποία συνδέεται με καθημερινή γνώση (everyday knowledge) και αναπόφευκτα ανα-παράγει στερεότυπα νοητικά σχήματα; Όποια κι αν είναι η ερμηνεία, η Μαρία μοιάζει να μην έχει κατακτήσει μια θεωρητική γνώση για την έννοια του τριγώνου –δηλαδή ένα τύπο 'κοινωνικής γνώσης'³ που, δυνητικά, θα την υποστήριζε στο να αντιληφθεί ως 'τρίγωνο' διαφορετικές περιπτώσεις ομοειδών σχημάτων τα οποία διέπονται από κανόνες (π.χ. τα τρίγωνα ορίζονται από τρεις πλευρές και τρεις γωνίες) και τα οποία ταυτόχρονα μπορούν να ανήκουν σε επιμέρους ομάδες οι οποίες μοιράζονται κι άλλα επιμέρους διακριτά χαρακτηριστικά (π.χ. αμβλυγώνια, ορθογώνια, οξυγώνια). Κι αν είναι πράγματι έτσι, πώς θα μπορούσε να ξεπεραστεί αυτή η 'αδυναμία' έτσι ώστε το 'πεσμένο' τρίγωνο να αποκτήσει υπόσταση τριγώνου, επιτρέποντας ταυτόχρονα στη Μαρία τη δυνατότητα γενίκευσης και παραγωγής θεωρητικής γνώσης; Και ως προς αυτή την κατεύθυνση πώς διαμεσολαβεί το σύστημα άτομα-τεχνολογία-δραστηριότητα⁴ μέσα στο οποίο τοποθετείται η δράση της Μαρίας;

Το παρόν κείμενο στοχεύει να εγείρει τον προβληματισμό για τα παραπάνω, προσεγγίζοντας παράλληλα το ζήτημα της διδασκαλίας της γεωμετρίας στις μικρές ηλικίες, και της χρήσης της τεχνολογίας ως γνωστικού εργαλείου ή/και διδακτικού 'μέσου'⁵. Η έμφαση δίδεται στο σχεδιασμό

² Ο όρος situated εδώ αφορά τόσο στην απόδοση της ψυχολογικής έννοιας 'situated cognition', η οποία υποστηρίζει ότι η νόηση προσδιορίζεται και αποτελεί προϊόν της αλληλεπίδρασης ατόμου και πλαισίου δράσης, όσο και στην ευρύτερη έννοια 'situated knowledge' που σηματοδοτεί το γεγονός ότι η γνώση καθορίζεται και από το κοινωνικό περιβάλλον καθώς και τη θέση και σχέση του ατόμου στο περικείμενο. Η μετάφραση του όρου ως 'πλακισιοθετημένη' νόηση ή γνώση αποδίδει αυτή τη διπλή σημασία θέσης και σχέσης μεταξύ ατόμου-πλαισίου.

³ Η Hedegaard (1999) διαχωρίζει ανάμεσα σε τρεις μορφές κοινωνικής γνώσης α) την εμπειρική ή παραδειγματική γνώση η οποία βασίζεται στην παρατήρηση της πραγματικότητας, β) την αφηγηματική που σχετίζεται με την υποκειμενική ερμηνεία του κόσμου, και γ) τη θεωρητική η οποία αναπτύσσεται κύρια στο σχολικό πλαίσιο ως τυπική μορφή γνώσης.

⁴ Η έννοια άτομα-τεχνολογία-μαθηματικά αποτελεί προσδιορισμό που σχετίζεται με την έννοια υποκείμενο-διαμεσολαβητικό εργαλείο-αντικείμενο όπως προτάθηκε από τον Leont'ev (1978) στα πλαίσια της θεωρίας της δραστηριότητας. Η χρήση του πληθυντικού άτομα αντί για άτομο ή υποκείμενο βασίζεται στην πρόταση του Borba (2005), ο οποίος ακολουθώντας τον Tikhomirov (1981) υποστηρίζει ότι το σύστημα άτομο-υπολογιστής (human-computer) ουσιαστικά εμπεριέχει πολλά άτομα τα οποία αλληλεπιδρούν κοινωνικά (επικοινωνία, συνεργασία, διδακτική) και σημειωτικά κάνοντας χρήση συμβόλων και γνωστικών εργαλείων.

⁵ Ο όρος γνωστικό εργαλείο (cognitive tool) τονίζει το ρόλο του υπολογιστή ή καλύτερα του λογισμικού στην γνωστική ανάπτυξη του ατόμου, ενώ ο όρος διδακτικό 'μέσο' (medium, artifact, means) αποδίδει ευρύτερα την υπόσταση του υπολογιστή ως τεχνούργημα (βλ. Salomon, 1974)

μαθησιακών δραστηριοτήτων που αφορούν στη διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας και στην ερμηνεία των κατηγοριών δραστηριοποίησης των παιδιών.

Η πρό(σ)κλήση της Γεωμετρίας στις μικρές ηλικίες

Η διδασκαλία της γεωμετρίας στο σημερινό αναλυτικό πρόγραμμα για τις μικρές ηλικίες (παιδιά από 3 έως 8 ετών) αποτελεί ταυτόχρονα *πρόσκληση* και *πρόκληση*. Ο 'χώρος' που μας περιβάλλει, τα αντικείμενά του και ο τρόπος που το σώμα μας τοποθετείται και κινείται σε σχέση με αυτά αποτελεί για όλες τις ηλικίες (παιδική και ενήλικη), το πλέον προσιτό και αναγκαίο θέμα μάθησης και διερεύνησης. Η αίσθηση, η αντίληψη και η γνώση του 'χώρου' που μας περικλείει είναι απαραίτητη συνθήκη επιβίωσης. Είναι αδύνατον να φανταστούμε τη ζωή έξω από το 'χώρο' στον οποίο ζούμε, και ακόμη είναι αδιανόητο η ζωή μας να μην εμπλέκει καταστάσεις όπου η συνειδητή κατανόηση και ο χειρισμός χωρικών αντικειμένων, διατάξεων, σχέσεων και κανόνων αποτελεί πρωτεύον στοιχείο της ανθρώπινης προσαρμογής και συμπεριφοράς.

Χώρος, εικόνα και γεωμετρική σκέψη

Η γεωμετρία, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, αφορά το χώρο που μας περιβάλλει, τις υλικές και νοητικές οντότητες που τον απαρτίζουν καθώς και τις μεταξύ τους σχέσεις. Έτσι, η γεωμετρία αναπτύσσεται ως 'επιστήμη του περιβάλλοντα χώρου' εστιάζοντας στη μελέτη και εφαρμογή άτυπων ή τυπικών μαθηματικών εννοιών και αλγορίθμων σε θέματα καθημερινής ζωής και εργασίας (π.χ. ο χώρος ως κίνηση, παιχνίδι, κατασκευή, γεωργία, αρχιτεκτονική, οικοδομική, κ.α.) ή σε επιστημονικές περιοχές όπως η γεωγραφία, η αρχιτεκτονική, η χορογραφία κλπ. Ταυτόχρονα, όμως, εξελίσσεται και ως 'λογική δομή' (ορθολογική προσέγγιση στη γνώση) δίνοντας έμφαση στο χειρισμό αφηρημένων μαθηματικών δομών μέσα από τη μελέτη χωρικών οντοτήτων (π.χ. σημείο, γραμμή, επίπεδο), καθώς και των συσχετίσεων και των μετασχηματισμών που τις διέπουν. Παρότι διαφορετικές, αυτές οι δύο προσεγγίσεις μπορούν

κάτω από συνθήκες να δράσουν αλληλεπιδραστικά και η μία να δώσει στην άλλη εναύσματα για μετασχηματισμό και επέκταση. Η πρώτη δίδει έμφαση σε εφαρμογές της γεωμετρίας για την αντιμετώπιση καθημερινών και κοινωνικών ζητημάτων, ενώ η δεύτερη ασχολείται με την επιστήμη της γεωμετρίας αυτής καθ' αυτής και την οικοδόμηση γνώσης σ' ένα αυτόνομο σύστημα λογικών δομών. Η πρώτη τοποθετεί τη γεωμετρία στην υπηρεσία άλλων επιστημονικών περιοχών, ενώ η δεύτερη εστιάζει στην ανάπτυξη της ίδιας της γεωμετρικής σκέψης, εστιάζοντας στην επαγωγική σκέψη και στην αφαίρεση.

Η χωρική αντίληψη συγκαταλέγεται στις νοητικές ικανότητες του ανθρώπου, τις οποίες ο Gardner (1983) αποκαλεί 'ανθρώπινες νοημοσύνες' και των οποίων η σημαντικότητα θεωρείται εξέχουσα σε μια εποχή όπου ο οπτικός αλφαριθμητισμός (visual literacy) αποτελεί ισχυρό πολιτισμικό εργαλείο. Και παρόλο που το σχετικό περιεχόμενο με κλασικά προβλήματα της ευκλείδειας γεωμετρίας (δηλ. γεωμετρικές κατασκευές, γεωμετρικοί τόποι) έχει εξοβελιστεί από τα περισσότερα σχολικά εγχειρίδια, οι σύγχρονες τάσεις στα αναλυτικά προγράμματα δίνουν έμφαση στην ανάπτυξη της ικανότητας αντίληψης του χώρου σε πλαίσια γεωμετρίας και εικαστικών (NCTM, 2000). Η γεωμετρική σκέψη αποτελεί σύνολο σημειωτικών και κοινωνιο-γνωστικών διαδικασιών, μέσω των οποίων το άτομο παράγει και χειρίζεται νοητικές αναπαραστάσεις των χωρικών αντικειμένων, των σχέσεων και των μετασχηματισμών τους (βλ. Κολέζα, 2000). Όπως, χαρακτηριστικά, αναφέρει ο Fischbein (1993) το ανθρώπινο μυαλό δημιουργεί 'χωρικές' έννοιες τόσο ως έννοιες (δηλ. αφηρημένα νοητικά σχήματα) όσο και ως εικόνες (δηλ. απτές καθημερινές εμπειρίες γεωμετρικής φύσης) και υποστηρίζει ότι *'..η υλική πραγματοποίηση και η νοητική αναπαράσταση αποτελούν μέρη της ίδιας απάντησης'* (σελ. 139).

Όμως, η κατανόηση και η ερμηνεία της 'εικόνας' (image) και του πως 'βλέπουμε' (seeing) δεν είναι εύκολη υπόθεση. Η Wheatly (1998) αναφέρεται στη σύνθετη αυτή διαδικασία την οποία αποκαλεί εικονοποίηση (imaging) και υποστηρίζει ότι ενέχει τρεις αλληλένδετες δραστηριότητες; α) την κατασκευή μιας εικόνας, β) την ανα-παράσταση της και γ) το μετασχηματισμό της.

Άννα Χρονάκη. (2006). Η πρό(σ)κληση της γεωμετρίας και της τεχνολογίας στις μικρές ηλικίες: Το 'μέσο' και το 'μήνυμα' του συστήματος άτομα-τεχνολογία-δραστηριότητα. Θέματα στην Εκπαίδευση. 7 (1) σελ. 23-51.

Υποστηρίζει δε ότι το νόημα που το κάθε άτομο κατασκευάζει μέσω της 'εικονοποίησης' παραμένει ισχυρά υποκειμενικό. Πράγματι, ανθρωπολογικές μελέτες έχουν καταγράψει σημαντικές διαφορές σχετικά με τα σημειωτικά και τα γνωσιολογικά συστήματα που οικειοποιούνται άτομα σε πολιτισμικές κοινότητες αναφορικά με την επικοινωνία, την αναπαραγωγή και την χρήση 'χωρικής' (spatial) πληροφορίας σε καθημερινές ή επιστημονικές πρακτικές (Bishop, 1988), πράγμα που επιβεβαιώνει την πολυπλοκότητα επικοινωνίας γεωμετρικών και εικονικών συμβόλων και νοημάτων.

Αναφορικά με την ψυχο-κοινωνική σχέση ατόμου και χωρικής αντίληψης έχουν διατυπωθεί διάφορες θεωρίες. Ανάμεσα σε αυτές, σημαντική θέση έχει η θεωρία των Piaget και Inhelder (1967) οι οποίοι θεωρούν ότι η αναπαράσταση του χώρου οικοδομείται σταδιακά από σειρά ενεργητικών χειρισμών (active operations) του ατόμου στο περιβάλλον, οι οποίοι, μέσω μιας προοδευτικής συστηματοποίησης τόσο των κινητικών όσο και των εσωτερικευμένων δράσεων, καταλήγουν σε αυτοδύναμα νοητικά σχήματα. Την ίδια περίπου περίοδο το ζεύγος van Hiele, εστιάζοντας στη δυνατότητα διδασκαλίας της γεωμετρίας, διακρίνει πέντε επίπεδα γεωμετρικής σκέψης (δηλ. οπτικοποίηση, ανάλυση, άτυπη επαγωγική σκέψη, επαγωγική σκέψη και αυστηρότητα) μέσα από τα οποία αναπτύσσεται η γεωμετρική σκέψη των παιδιών και ιεραρχείται ο τρόπος κατανόησης των χωρικών εννοιών (van Hiele, 1986, Gravemeijer, 1990, Geddes and Fortunato, 1993, Κολέζα, 2000). Σύγχρονες θεωρήσεις εστιάζουν στα ιδιαίτερα γνωστικά ή μεταγνωστικά χαρακτηριστικά τα οποία διαμορφώνουν την αντίληψή του ατόμου για το χώρο (Clements & Battista, 1992). Σε αυτές θα πρέπει να προστεθούν θεωρίες που εννοιολογούν τη δραστηριοποίηση με το 'χώρο' ως ενσώματη σημειωτική πράξη (Γαβρήλου και Μπουρδάκης, 2004, Arnheim, 1999, Merleau-Ponty, 1962) και ως κοινωνικό-πολιτισμική δραστηριότητα (Talyzina, 1999).

Καθημερινή γνώση και γεωμετρική σκέψη

Ο Freudenthal (1973), προσπαθώντας να απαντήσει στην ερώτηση 'τι σημαίνει γεωμετρία', σημειώνει ότι '*..γεωμετρία σημαίνει η κατανόηση του χώρου*', και συνεχίζει υπογραμμίζοντας ότι, εφόσον αναφερόμαστε στην εκπαίδευση των παιδιών, σημαίνει καταρχάς, '*...[την] κατανόηση του χώρου όπου το παιδί ζει, αναπνέει και κινείται*' (σελ. 403). Η δυνατότητα, λοιπόν, μελέτης της γεωμετρίας μέσα από 'καθημερινές εμπειρίες' του χώρου που αποτελεί μέρος του περιβάλλοντος και των βιωμάτων των παιδιών, κάνει τη διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών όχι μόνο προσβάσιμη, αλλά και εφικτή στις μικρές ηλικίες. Αλλά αυτή ακριβώς η δυνατότητα, η οποία αποτελεί την μεγαλύτερη *πρόσκληση* για τη διδασκαλία της γεωμετρίας στο σχολείο, σηματοδοτεί ταυτόχρονα και την ισχυρότερη πηγή *πρόκλησης*.

Κι αυτό γιατί, ενώ η γνώση μέσα από 'καθημερινές εμπειρίες' αποτελεί αδιαμφισβήτητη τη βάση για την εξάσκηση των παιδιών στην παρατήρηση, στο σχεδιασμό και στην ονομασία γεωμετρικών εννοιών, ταυτόχρονα δρα περιοριστικά για το άτομο αναφορικά με την ανάπτυξη της ικανότητάς του για παραγωγή γεωμετρικής θεωρίας. Η παραπάνω παρατήρηση παραπέμπει στη θεώρηση για τη μάθηση ως 'πολιτισμική πρακτική της καθημερινής ζωής' ή ως 'πλαισιοθετημένη νόηση' (Lave, 1991, Lave and Wegner, 1991) η οποία υποστηρίζει ότι η γνώση στις καθημερινές πρακτικές (π.χ. η διανομή γάλατος, το ράψιμο, η οδήγηση πλοίων κλπ) καθορίζεται από το ίδιο το πλαίσιο που τις ορίζει. Τα άτομα κοινωνικοποιούνται ως συμμετέχοντα σε αυτές τις πρακτικές, χωρίς όμως να δίδεται έμφαση σε διαδικασίες αλλαγής ή κριτικού αναστοχασμού των στρατηγικών που ενσωματώνουν και αναπαράγουν. Αντίθετα, η ικανότητα παραγωγής θεωρίας (ή επιστημονικής γνώσης) αναφέρεται κυρίως σε δεξιότητες γενίκευσης και επιχειρηματολογίας, οι οποίες παράγονται σε δομημένα πλαίσια (π.χ. σχολείο) τα οποία δυνητικά ενθαρρύνουν συστηματικά διαδικασίες οπτικοποίησης, πειραματισμού, επαλήθευσης, ελέγχου και απόδειξης.

Στο παραπάνω επεισόδιο, η μικρή Μαρία, βασισμένη σε γνώση για το τρίγωνο η οποία μορφοποιείται σε καθημερινές εμπειρίες με σχήματα στο άμεσο περιβάλλον της, δεν μπορεί να

αναγνωρίζει ως τρίγωνο μορφές όπως αμβλυγώνια ή ορθογώνια τοποθετημένα σε πλάγια θέση. Η Μαρία αποδίδει την έννοια 'τρίγωνο' μόνο σε ορισμένα σχήματα (π.χ. ισόπλευρα, ισοσκελή), ενώ απορρίπτει ή διστάζει να αποδεχθεί ως τέτοια άλλες μη-οικείες κατηγορίες. Η νοητική αναπαράσταση που έχει για το τρίγωνο πλαισιοθετείται σε περικείμενα οικείων σχημάτων, στις θέσεις τους στο χώρο και στις μεταξύ τους σχέσεις μέσα στο δίκτυο των προσωπικών της εμπειριών, χωρίς δυνατότητα αυτό-κατευθυνόμενης και χωρίς υποστήριξη παραγωγής θεωρητικής γνώσης και γενίκευσης (βλ.επεισόδιο 1).

Γενίκευση και γεωμετρική σκέψη

Η έννοια της 'γενίκευσης' που συζητείται εδώ δεν μπορεί να ερμηνευτεί αυστηρά με τους όρους που θέτει ο van Hiele (1986). Σύμφωνα με τον van Hiele, τα επίπεδα εξέλιξης της σκέψης των παιδιών στα οποία μπορούμε να παρατηρήσουμε κάποια μορφή τυπικής 'γενίκευσης' είναι τα δύο υψηλότερα. Συγκεκριμένα πρόκειται για το επίπεδο 'παραγωγής τυπικής λογικής και αφαίρεσης' το οποίο εστιάζει στην ανάπτυξη θεωρίας για τη γεωμετρία, και στο επίπεδο 'αυστηρότητας' όπου η έμφαση δίδεται στη χρήση τυπικού συλλογισμού (Κολέζα, 2000). Είναι ευνόητο ότι η γεωμετρική γνώση ενός παιδιού ηλικίας 6 ετών, όπως η Μαρία, δεν μπορεί να αξιολογηθεί αυστηρά με βάση τα παραπάνω επίπεδα. Στο πλαίσιο της θεωρίας van Hiele, θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις χαμηλότερων επιπέδων τα οποία εστιάζουν στην άτυπη παραγωγή, διάταξη και οπτικοποίηση των σχημάτων και των ιδιοτήτων τους. Όπως περιγράφει η Κολέζα (2000), τα παιδιά σ' αυτά τα επίπεδα: '...μπορούν να διατάσσουν λογικά τα σχήματα και τις ιδιότητές τους και αρχίζουν να αντιλαμβάνονται το ρόλο του ορισμού. Μπορούν να ακολουθήσουν απλές παραγωγικές συλλογιστικές διαδικασίες, αλλά δεν μπορούν ακόμα να κατανοήσουν ή να συνθέσουν μια πλήρη απόδειξη' (σελ. 270). Αυτή η 'άτυπη παραγωγή' γεωμετρικής σκέψης στηρίζεται στη διαισθητική αντίληψη χωρικών σχέσεων

και θα μπορούσαμε να υποστηρίξουμε ότι σκιαγραφεί τη δραστηριότητα της Μαρίας (βλ. επεισόδιο 1).

Από την άλλη μεριά, πρόσφατες μελέτες στο χώρο της κοινωνικο-πολιτισμικής⁶ προσέγγισης στη μάθηση υποστηρίζουν ότι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας μπορούν να εμπλακούν σε δραστηριότητες που στοχεύουν στη παραγωγή 'θεωρητικής σκέψης' και 'γενίκευσης' (Elkonin and Davydov, 1966, Talyzina, 1999, Hedegaard, 1999). Οι ίδιοι εξηγούν ότι σε αυθόρμητα πλαίσια δράσης, όπου δεν υπάρχει διδακτική παρέμβαση, η προσπάθεια γενίκευσης των παιδιών έχει πρακτική και εμπειρική διάσταση (π.χ. η αναγνώριση κοινών χαρακτηριστικών γίνεται με βάση το χρώμα και το σχήμα). Η γενίκευση κανόνων και η παραγωγή θεωρητικής σκέψης είναι εφικτή και προσβάσιμη από παιδιά προσχολικής ηλικίας μόνο σε πλαίσια κατάλληλων μαθησιακών δραστηριοτήτων (Talyzina, 1999, σελ.184). Δεν υπάρχει αμφιβολία ότι οι όροι 'θεωρητική σκέψη' και 'γενίκευση' κατασκευάζονται σε διαφορετικά ερευνητικά πλαίσια και κατά συνέπεια νοηματοδοτούνται διαφορετικά. Όπως εξηγεί η Talyzina (1999) η 'γενίκευση' έχει εννοιολογηθεί και ερευνηθεί άλλοτε ως δεξιότητα αφαιρετικής προσέγγισης ιδιοτήτων και φυσικών χαρακτηριστικών μαθηματικών οντοτήτων σε πλαίσια επίλυσης εμπειρικών προβλημάτων, και άλλοτε ως μελέτη των γνωστικών ή μεταγνωστικών παραγόντων που ευνοούν ή δυσχεραίνουν αυτή τη δεξιότητα.

Στα πλαίσια της θεωρίας της δραστηριότητας⁷ η προσοχή στρέφεται από το υποκείμενο στη δράση του. Η εστίαση βρίσκεται στο περιεχόμενο των δράσεων του υποκειμένου, οι οποίες επιτελούνται με κατάλληλα αντικείμενα τα οποία μπορούν να γενικευτούν. Η δράση αυτή τοποθετείται σε οργανωμένα πλαίσια αλληλεπίδρασης με εργαλεία τα οποία διαμεσολαβούν την ανάπτυξη σκέψης και τα οποία είναι υλικά ή/και νοητικά και έχουν συγκεκριμένες ιστορικο-

⁶ Η ιστορικό-πολιτισμική θεωρία του Vygostky έχει αποτελέσει τη βάση για τη διαμόρφωση διαφόρων ρευμάτων όπως η θεωρία της δραστηριότητας (Leont'ev) και η κοινωνικο-πολιτισμική προσέγγιση (Werstch, 1991) εστιάζοντας κυρίως σε μικρογενετικές αναλύσεις της δράσης των εμπλεκόμενων ατόμων.

⁷ Η θεωρία της δραστηριότητας (activity theory) έχει αναπτυχθεί από τον Leont'ev συνεργάτη και μαθητή του Vygotsky, ο οποίος, αντίθετα από τον δάσκαλο του που εστίασε σε γλώσσα, σύμβολα και εργαλεία, έδωσε έμφαση στην ίδια τη δραστηριότητα (πρακτική, υλική).

πολιτισμικές καταβολές. Για παράδειγμα, στο επεισόδιο που συζητήσαμε, το ίδιο το λογισμικό Cabri αποτελεί πολιτισμικό προϊόν ως αποτέλεσμα πολυετούς εργασίας ομάδας επιστημόνων με στόχο την απλούστευση έργων κατασκευής και υπολογισμού στη γεωμετρία και τη διευκόλυνση ανώτερων ψυχολογικών διεργασιών (π.χ. οπτικοποίηση λύσεων). Τα εργαλεία του λογισμικού με τα οποία η Μαρία διερευνά, χειρίζεται και μετασχηματίζει γεωμετρικά αντικείμενα (τρίγωνο, πλευρές, γωνίες, σημεία) διαμεσολαβούν⁸ στη μάθησή υποστηρίζοντας την να αναπαράγει σειρά πολιτισμικών εργαλείων (π.χ. σχήματα, ιδιότητες). Όμως, παρόλο που τα χειρίζεται, δεν μοιάζει να διαφοροποιείται γνωστικά και συνεχίζει να βλέπει τα σχήματα ως διαφορετικά. Οι παρατηρήσεις της συνεχίζουν να είναι εμπειρικές, χωρίς θεωρητική βάση.

Σ' αυτό το σημείο παρεμβαίνει η ερευνήτρια απευθύνοντας ερωτήσεις, οι οποίες συντελούν επίσης εργαλειακά: 'Πόσες γωνίες έχει ένα τρίγωνο;'. Η ερώτηση αυτή παροτρύνει τη Μαρία να χρησιμοποιήσει τον κανόνα ορισμού τριγώνου ως βάση για τις παρατηρήσεις της. Η Talyzina (1999) παρατηρεί ότι η χρήση ορισμών υποστηρίζει τη διαδικασία γενίκευσης (definition-guided generalization). Όπως βλέπουμε, η γεμάτη σιγουριά απάντησης της Μαρίας: 'Όχι. Ήταν άλλο σχήμα' αντικαθίσταται με την ηπιότερη: 'Είναι λίγο αλλιώς. Είναι πεσμένο', αφήνοντας περιθώρια αμφισβήτησης. Στη ζώνη επικείμενης ανάπτυξης⁹ που διαγράφεται θα μπορούσαμε να υποστηρίξουμε τη διαμεσολάβηση πολλών εργαλείων. Μαζί με τον Werstch (1998), παρατηρούμε ότι η Μαρία σκέφτεται μαζί με το νοητικό εργαλείο του 'κανόνα-ορισμού' (π.χ. όλα τα τρίγωνα έχουν τρεις πλευρές) στο πλαίσιο χρήσης των εργαλείων του λογισμικού Cabri.

⁸ Ο Vygotsky υποστήριξε ότι η ανθρώπινη σκέψη διαμεσολαβείται από υλικά και νοητικά 'εργαλεία'. Οι έννοιες της διαμεσολάβησης (mediation) της ανθρώπινης δράσης από ποικίλα νοητικά και υλικά εργαλεία ή της διαμεσολαβημένης δράσης (mediated action) παραπέμπουν σε ανώτερες ψυχολογικές διεργασίες κατά την ανάπτυξη του ατόμου, εστιάζουν στη σχέση ψυχολογικών λειτουργιών, συμβόλων και πλαισίου, και βασίζονται στην κοινωνική αλληλεπίδραση (συνεργασία, διδασκαλία, παιχνίδι). Σ' αυτή τη διαδικασία τα σύμβολα αποτελούν κοινωνικό μέσο καθώς όχι μόνο υποστηρίζουν την επικοινωνία αλλά αποτελούν και ψυχολογικά εργαλεία αυτο-ανάπτυξης (Vygotsky, 1978, Wertsch, 1991).

⁹ Η ζώνη επικείμενης ανάπτυξης (zone of proximal development) αποτελεί κεντρική έννοια για την ερμηνεία της υποστηριζόμενης ανάπτυξης του ατόμου σε πολιτισμικά περιεχόμενα (π.χ. κοινότητα, οικογένεια, σχολείο). Μια κοινότυπη προσέγγιση του όρου παραπέμπει στη 'βοήθεια' που προσφέρει ο/η ενήλικας σε ένα παιδί στο πλαίσιο της κοινωνικής τους αλληλεπίδρασης. Κατά τον Vygotsky, όμως, η ζώνη επικείμενης ανάπτυξης είναι άρρηκτα συνυφασμένη με την κοινωνική αλληλεπίδραση και τα πολιτισμικά εργαλεία που ενσωματώνονται όπου ενεργό ρόλο δράσης έχουν όχι μόνο ο/η ενήλικας αλλά επίσης το παιδί, το πλαίσιο και τα πολιτισμικά εργαλεία. Από αυτή την σκοπιά, η έννοια αυτή αποτελεί σημαντική βάση για μια θεωρία διδασκαλίας/μάθησης (Stetsenko, 1999)

Όμως, μοιάζει ότι αυτό που υποστηρίζει την ανάπτυξη της Μαρίας δεν είναι ένα από τα δύο εργαλεία, αλλά η αλληλόδραση τους. Με άλλα λόγια, η οπτικοποίηση των σχημάτων και ο δυναμικός μετασχηματισμός εικόνων από μόνα τους δεν αποτελούν γνωστικά εργαλεία. Το ίδιο περιοριστική είναι και η χρήση του θεωρητικού ορισμού (π.χ. τι είναι τρίγωνο). Αντίθετα, ο συνδυασμός οπτικοποίησης δυναμικών μετασχηματισμών και θεωρίας κάτω από κατάλληλες προϋποθέσεις μοιάζει να ενθαρρύνει τη σκέψη της Μαρίας.

Όπως γίνεται κατανοητό, τα παραπάνω εκτός από πρόσκληση αποτελούν και πρόκληση για τη διδακτική των μαθηματικών στις μικρές ηλικίες. Αν μαζί με τους θεωρητικούς της κοινωνικοπολιτισμικής προσέγγισης δεχτούμε ότι δεξιότητες όπως η θεωρητική σκέψη και η γενίκευση μπορούν να διδαχθούν από τις μικρές ηλικίες σε οργανωμένα παιδαγωγικά πλαίσια, ανοίγεται ένα μεγάλο πεδίο δράσης, το οποίο αντιτίθεται στο λόγο περί ετοιμότητας και αυθόρμητης ενασχόλησης των παιδιών που έχει κατασκευαστεί και προωθηθεί στα πλαίσια της προοδευτικής παιδαγωγικής¹⁰ (Walkerdine, 1994). Η σημαντικότητα αυτού του εγχειρήματος έγκειται στο γεγονός ότι η ικανότητα 'γενίκευσης' αποτελεί βασική δεξιότητα επιστημονικής σκέψης (το προπύργιο του ορθολογικού νου) και κύρια συνθήκη αξιολόγησης επίδοσης και κατά συνέπεια διαχωρισμού καλών και αδύναμων μαθητών.

Η γενίκευση όμως αποτελεί σύνθετη διαδικασία, η οποία δεν αναπτύσσεται αυθόρμητα, αλλά μόνο μέσα σε διδακτικά πλαίσια όπου εργαλεία και άτομα λειτουργούν διαμεσολαβητικά. Με άλλα λόγια, το παιδί πρέπει να ενσωματώσει και να επιτελέσει μια σειρά από περίπλοκες δεξιότητες, όπως η οπτικοποίηση γεωμετρικών σχέσεων, η περιγραφή και ανάλυση γεωμετρικών αντικειμένων και σχέσεων, η άτυπη παραγωγή ή εφαρμογή ορισμού, κανόνων και γεωμετρικού συλλογισμού (βλ. Κολέζα, 2000). Έτσι, η προσέγγιση της γεωμετρίας μέσα από το πρίσμα της ενοποίησης της 'καθημερινής εμπειρίας' με την 'παραγωγή γεωμετρικής σκέψης' αποτελεί

¹⁰ Η Walkerdine (1994) επανεξετάζοντας το νόημα της 'προοδευτικής' παιδαγωγικής στην πράξη της σχολικής πραγματικότητας εξηγεί πως η έννοια 'παιδί' κατασκευάζεται έτσι ώστε να διαβαστεί ένα πλαίσιο παιδαγωγικών λόγων (π.χ. δραστηριότητα, εμπειρία, παιχνίδι, εργασία κλπ) οι οποίοι συγκρούονται με το ίδιο το παιδί (αλλά και τον/την εκπαιδευτικό) και μετατρέπουν τη σχολική τάξη σε τόπο συνεχούς αγώνα καθώς οι κατηγορίες της 'προοδευτικής' παιδαγωγικής δεν προσαρμόζονται πάντα εύκολα στην πράξη.

Άννα Χρονάκη. (2006). Η πρό(σ)κλήση της γεωμετρίας και της τεχνολογίας στις μικρές ηλικίες: Το 'μέσο' και το 'μήνυμα' του συστήματος άτομα-τεχνολογία-δραστηριότητα. Θέματα στην Εκπαίδευση. 7 (1) σελ. 23-51.

πρόκληση για το αναλυτικό πρόγραμμα στις μικρές ηλικίες ή/και για ομάδες μαθητών-τριών που είναι κοινωνικά αποκλεισμένες. Μια προσπάθεια 'απάντησης' σ' αυτή τη πρόκληση προσφέρουν τα λογισμικά 'δυναμικής γεωμετρίας' (DGS: Dynamic Geometry Software) τα οποία θα δούμε αναλυτικά σε επόμενη ενότητα. Τέτοια λογισμικά φιλοδοξούν να αποτελέσουν πλαίσια για την ανάπτυξη 'γεωμετρικής σκέψης', διασυνδέοντας το συγκεκριμένο με το αφηρημένο. Το πώς μπορεί όμως να επιτευχθεί κάτι τέτοιο αποτελεί επίσης μέρος της πρόκλησης.

Η Τεχνολογία ως «μέσο»: τότε ποιο είναι το μήνυμα;

Τα τελευταία χρόνια έχει δοθεί 'έμφαση' στην αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών στο σχολικό πρόγραμμα για τη διδασκαλία επί μέρους γνωστικών περιοχών. Αυτή η 'έμφαση', η οποία, στα πλαίσια της παγκοσμιοποίησης, είναι από τη μια μεριά, αποτέλεσμα κοινωνικών, οικονομικών και πολιτικών πιέσεων, ενσαρκώνεται στις οδηγίες των αναλυτικών προγραμμάτων, τα οποία τείνουν να προσεγγίζουν την τεχνολογία κυρίως ως 'εποπτικό μέσο' για τη διδασκαλία διαφόρων γνωστικών περιοχών (ΔΕΠΠΣ, Υπουργική Απόφαση, Γ/2/21072, ΦΕΚ 304/13-3-2003). Για παράδειγμα, το νέο αναλυτικό πρόγραμμα αναφέρει ρητά: 'Σκοπός της εισαγωγής της Πληροφορικής στο Νηπιαγωγείο και στο Δημοτικό σχολείο είναι να εξοικειωθούν οι μαθητές και οι μαθήτριες με τις βασικές λειτουργίες του υπολογιστή και να έλθουν σε μια πρώτη επαφή με διάφορες χρήσεις του ως εποπτικού μέσου διδασκαλίας, ως γνωστικού-διερευνητικού εργαλείου, ως εργαλείου επικοινωνίας και αναζήτησης πληροφοριών' (ΔΕΠΠΣ, 2003, σελ. 1655). Παράλληλα, η 'έμφαση' αυτή μοιάζει να ενισχύεται κι από τα ίδια τα παιδιά, τα οποία, όπως περιγράφει ο Seymour Papert (1996), τείνουν να 'ερωτεύονται παθιασμένα' τον υπολογιστή και να δημιουργούν μια φυσική και άμεση σχέση με την τεχνολογία, διακηρύσσοντας ότι ανήκει στη δική τους γενιά. Παρόλα αυτά, οι εκπαιδευτικοί στην πλειονότητά τους και ενώ οι στάσεις τους δεν είναι πάντα τεχνοφοβικές (Tsitouridou and Vrizas, 2003), αρνούνται να οικειοποιηθούν τις νέες τεχνολογίες ως διδακτικά μέσα (Σβολόπουλος, 2001).

Πρόσφατες έρευνες που αφορούν στην εισαγωγή της τεχνολογίας στις μικρές ηλικίες τονίζουν ότι τα πλεονεκτήματα κατά τη χρήση των υπολογιστών από παιδιά προσχολικής και πρωτοσχολικής ηλικίας ποικίλουν ανάλογα με τις εμπειρίες που μπορεί να προσφέρει το λογισμικό το οποίο χειρίζονται τα παιδιά. Τα πιθανά οφέλη ενδέχεται να αφορούν τόσο στη γνωστική και την ψυχο-κινητική ενδυνάμωση των νηπίων, όσο και στην κοινωνικοποίησή τους. Συγκεκριμένα, ορισμένες μελέτες υποστηρίζουν άνοδο του επιπέδου ανάπτυξης της γλωσσικής επικοινωνίας και της συνεργατικής μάθησης, βελτίωση των λεπτών κινητικών τους δεξιοτήτων, αύξηση της δημιουργικότητας, και ακόμη αύξηση θετικών στάσεων απέναντι στη μάθηση (Haugland, 1999). Αναφορικά με την έρευνα που εστιάζει στην ενσωμάτωση της τεχνολογίας για τη μαθηματική εκπαίδευση στις μικρές ηλικίες, ο Clements (2002) αναφέρει ότι δισταγμοί ως προς την αποδοχή της χρήσης της τεχνολογίας στο αναλυτικό πρόγραμμα συνεχίζουν να υπάρχουν. Οι δισταγμοί αυτοί βασίζονται κυρίως στην επιχειρηματολογία περί 'ετοιμότητας' του παιδιού. Πρόκειται για ισχυρισμούς που απορρέουν από τις ερευνητικές θέσεις του Piaget και των συνεργατών του, οι οποίοι υποστήριζαν ότι το παιδί θα πρέπει να έχει φτάσει το στάδιο των συγκεκριμένων λογικών λειτουργιών (concrete operations) πριν θεωρηθεί 'έτοιμο' για οποιαδήποτε δραστηριότητα που απαιτεί ορθολογική σκέψη¹¹. Η ενασχόληση, λοιπόν, με την τεχνολογία (και ιδιαίτερα με τα μαθηματικά μέσω της τεχνολογίας) θεωρείται 'σκληρό' πρόγραμμα για τα μικρά παιδιά, καθώς και τα δύο απαιτούν πειθάρχηση στους νόμους της ορθολογικής σκέψης (Walkerdine, 1994).

Το θέμα της 'ετοιμότητας' σε σχέση με την ικανότητα των παιδιών για λογικο-μαθηματική και συμβολική δραστηριότητα έχει απασχολήσει πολύ την έρευνα τις τελευταίες τρεις δεκαετίες και έχει δεχθεί ισχυρή κριτική. Νέα δεδομένα και θεωρητικές ερμηνείες υποστηρίζουν ότι η 'ετοιμότητα' των παιδιών για γνώση σχετίζεται άμεσα με το πλαίσιο στο οποίο καλούνται τα παιδιά να αυτενεργήσουν και με το νόημα που τα ίδια μπορούν να αποδώσουν σε αυτό το πλαίσιο (Donaldson, 1978, Hughes, 1986) καθώς και τους τρόπους που βιώνουν την υποκειμενικότητα

¹¹ Η ορθολογική σκέψη και ο 'αγώνας' κατάκτησης της έχει συζητηθεί από τη Walkerdine (1988).

τους (Walkerdine, 1988). Συγκεκριμένο (concrete) για το παιδί δεν είναι μόνο το υλικό που έχει απτά ή φυσικά χαρακτηριστικά (π.χ. χειραπτικό υλικό), αλλά αυτό το οποίο το ίδιο το παιδί μπορεί να χειριστεί (νοητικά) και στο οποίο μπορεί να αποδώσει νόημα. Επίσης, η 'ετοιμότητα' των παιδιών για χρήση της τεχνολογίας συζητείται και σε σχέση με την ικανότητα των παιδιών για 'συμβολική έκφραση'. Είναι γεγονός ότι η χρήση της τεχνολογίας απαιτεί συμβολικές δεξιότητες (π.χ. κατανόηση εντολών, συμβόλων και λειτουργιών που υπακούουν σε συγκεκριμένους σημειωτικούς κανόνες). Όσον αφορά στην 'ετοιμότητα' για συμβολική έκφραση, πρόσφατες έρευνες έχουν καταδείξει ότι τα παιδιά αρχίζουν από πολύ νωρίς να αναπτύσσουν δεξιότητες επικοινωνίας με κώδικες, όπως το συμβολικό παιχνίδι, και έρευνες σχετικά με την χρήση του υπολογιστή αναφέρουν ότι μπορούν να ανταποκρίνονται στη συμβολική γλώσσα που ενυπάρχει σε πολλά λογισμικά (Clements, 2002).

Εν κατακλείδι, τα ερευνητικά ερωτήματα σήμερα έχουν μετατοπιστεί από το 'εάν οι υπολογιστές μπορούν να βοηθήσουν ή όχι τα μικρά παιδιά στη μάθηση και στη κοινωνικοποίησή τους' και εστιάζουν κυρίως σε ερωτήματα που αφορούν στην 'ανάγκη κατανόησης και θεώρησης της διδακτικής και παιδαγωγικής αξιοποίησης του υπολογιστή'. Σήμερα μοιάζει να δίνεται έμφαση στην ανάγκη κατανόησης του κάτω υπό ποιές προϋποθέσεις μπορούμε να ισχυριστούμε ότι ο υπολογιστής πράγματι ενισχύει τη μάθηση, την επικοινωνία και τη συνεργασία των παιδιών (Kozma, 1994). Η εστίαση αυτή παραπέμπει σε λεπτομερή εξέταση του είδους της μάθησης που μπορεί να επιτευχθεί μέσω συγκεκριμένων τεχνολογικών 'μέσων'. Ταυτόχρονα, αυτή η μετατόπιση των ερευνητικών ερωτημάτων προβληματίζει, γιατί μοιάζει να υπάρχει μια σιωπηρή παραδοχή ότι η συμβολή του υπολογιστή είναι απαραίτητα θετική. Κάτι τέτοιο μοιάζει να μην αφήνει περιθώρια αμφισβήτησης της τεχνολογίας, προωθώντας μια ουσιοκρατική (essentialist) θέση. Στις παρακάτω ενότητες γίνεται προσπάθεια εστίασης σ' αυτό το διττό προβληματισμό μέσα από το παράδειγμα χρήσης της τεχνολογίας Cabri. Δηλαδή, από τη μια προσπαθούμε να εξετάσουμε το δυναμικό της τεχνολογίας της δυναμικής γεωμετρίας για τη μαθησιακή δράση και

από την άλλη εστιάζουμε σε παραδείγματα διδακτικής παρέμβασης με χρήση αυτής της τεχνολογίας.

Ψάχνοντας το «μήνυμα»: το περιβάλλον της Δυναμικής Γεωμετρίας

Το εκπαιδευτικό πλαίσιο διαγράφεται σήμερα σύνθετο. Οι εκπαιδευτικοί καλούνται να γίνουν οι κύριοι φορείς αλλαγής και εισαγωγής καινοτομιών μέσα από τη χρήση της τεχνολογίας και να επωμιστούν 'νέους' ρόλους (Χρονάκη, 2004) για τους οποίους τις περισσότερες φορές δεν είναι κατάλληλα προετοιμασμένοι ή έρχονται αντιμέτωποι με ανυπέβλητες αντιφάσεις στη σχολική πράξη. Μέσα σ' ένα τέτοιο πλαίσιο, η εξέταση ενός συγκεκριμένου τύπου λογισμικού που αφορά στη διδασκαλία της γεωμετρίας φαντάζει λεπτομέρεια. Και όμως, το ζήτημα επιλογής τεχνολογίας και εν συνεχεία το ερώτημα που αφορά στη νοηματοδότηση της εμπειρίας χρήσης αυτής της τεχνολογίας για την ανάπτυξη μάθησης είναι μείζονος σημασίας. Κάθε τεχνολογία αποτελεί πλέγμα σημειωτικών και πολιτισμικών εργαλείων. Η τεχνολογία, και δὴ το εκπαιδευτικό λογισμικό, δεν είναι απλά το 'μέσο', αλλά σηματοδοτεί το 'μήνυμα' μιας ιδιαίτερης πρακτικής διδασκαλίας και μάθησης¹². Αυτό ακριβώς το θέμα είναι κεντρικό στη συζήτηση περί αξιοποίησης της τεχνολογίας στη διδακτική πράξη και μας ωθεί να θέσουμε μια σειρά από ερωτήματα. Καταρχήν, τι είδους 'πρακτικές μάθησης' διαμορφώνονται από εκπαιδευτικούς και μαθητές, όταν χρησιμοποιούν μια συγκεκριμένη τεχνολογία; Τι είδους κοινωνιο-γνωστικό όφελος αποφέρει η τεχνολογία; Ποιά η αναγκαιότητα χρήσης της τεχνολογίας; Μπορούμε δηλαδή με μια συγκεκριμένη τεχνολογία να πετύχουμε ή/και να διευκολύνουμε στόχους που αφορούν τη μάθηση εννοιών, την επικοινωνία και τη συνεργασία, που δεν θα μπορούσαμε να προσεγγίσουμε με τα παραδοσιακά μέσα (π.χ. χαρτί και μολύβι); Αν δεν τεθούν τέτοια ερωτήματα στα αρχικά

¹² Αυτή η εννοιολόγηση παραπέμπει σε παλιότερη συζήτηση όπου η μεταφορά 'το μέσο είναι το μήνυμα' είχε εισαχθεί (κυρίως από τον Solomon, 1974) δίδοντας έμφαση στις χαρακτηριστικές ιδιότητες του υπολογιστή για μετάλλαξη της γνώσης και για ανάπτυξη μάθησης. Ο ίδιος υποστήριξε ότι το μέσο του υπολογιστή είναι 'χτισμένο' βάση συμβολικών συστημάτων και απαιτεί την εξάσκηση και μετάλλαξη των ικανοτήτων του ατόμου για χρήση και επικοινωνία μέσω αυτών. Αντίθετη άποψη είχε ο Clark (1985) ο οποίος διαχωρίζει τη σχέση 'μέσου' και 'μεθόδου χρήσης' αφήνοντας να εννοηθεί ότι η δομή του ενσωματωμένου συμβολικού συστήματος στο υπολογιστικό μέσο δεν είναι πάντα διαφανής (transparent) και άρα η χρήση του δεν μπορεί να είναι μονοσήμαντη.

στάδια μιας πορείας σχεδιασμού αξιοποίησης της τεχνολογίας, η χρήση της παραμένει απλά στο πεδίο της κατανάλωσης.

Αναφορικά με τη χρήση της τεχνολογίας ως 'μέσου' για τη γεωμετρία, θα πρέπει να τονιστεί ότι τις τελευταίες τρεις δεκαετίες έχουν αναπτυχθεί κατάλληλα λογισμικά τα οποία δρουν διαμεσολαβητικά για τη διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών, όπως τα περιβάλλοντα *Supposer*, *Cabri* και *Geometry Sketchpad*, γνωστά ως συστήματα 'δυναμικής' γεωμετρίας. Ο χαρακτηρισμός 'δυναμική γεωμετρία' δηλώνει το αντίθετο του στατικού, του αμετάβλητου, και αναφέρεται στη δυνατότητα κίνησης και μεταβολής των σχημάτων. Αυτή η προοπτική μας προδιαθέτει να δούμε το γεωμετρικό σχήμα ως μια μεταβαλλόμενη οντότητα, της οποίας κάθε φορά έχουμε και μια διαφορετική αναπαράσταση. Η Laborde (1995), μέλος της ομάδας σχεδιασμού του λογισμικού *Cabri*, εξηγεί ότι η 'δυναμική γεωμετρία', εισάγει ένα νέο τύπο σχεδίου και μια νέα διαδικασία σχεδιασμού γεωμετρικών σχημάτων, η συμπεριφορά των οποίων είναι σύμφωνη με τη γεωμετρική θεωρία.

Συγκεκριμένα, η φιλοσοφία του λογισμικού *Cabri* είναι να παρέχει ευελιξία αλληλεπίδρασης ανάμεσα στο παιδί και το λογισμικό, έτσι ώστε να μπορεί το παιδί να κατασκευάζει, να διερευνά και να μετασχηματίζει γεωμετρικά σχήματα. Οι περισσότερες ενέργειες κατασκευής και μετασχηματισμού πραγματοποιούνται με το ποντίκι (επιλέγοντας στην οθόνη), οι μετασχηματισμοί των γεωμετρικών σχημάτων γίνονται με ευκολία και οι 'οπτικές' αναπαραστάσεις τους είναι άμεσες. Επιτρέπει στον χρήστη να δημιουργήσει με εργαλεία του λογισμικού βασικά γεωμετρικά σχήματα της ευκλείδειας γεωμετρίας (δηλ. σημείο, κύκλο, ευθ. τμήμα, ημιευθεία και ευθεία), στοιχειώδεις κατασκευές (π.χ. τετράπλευρο, μεσοκάθετο, κλπ) και μετασχηματισμούς (π.χ. μετατόπιση, συμμετρία, περιστροφή). Επίσης, μπορεί να κατασκευάσει ένα οποιοδήποτε γεωμετρικό σχήμα και να το επεξεργαστεί μετρικά (π.χ. μήκη πλευρών, περίμετρος, εμβαδόν, γωνίες).

Η τεχνολογία της δυναμικής γεωμετρίας, αποτελεί ιστορικο-πολιτισμικό τεχνούργημα (artifact), το οποίο επιτρέπει το σχεδιασμό, αλλά και τον άμεσο χειρισμό, της 'εικόνας' (οπτική αναπαράσταση και δυναμικός χειρισμός) του σχεδίου που παράγεται στην οθόνη του υπολογιστή, την κατασκευή νέων σχημάτων, καθώς και τον μετασχηματισμό τους. Έτσι οι μορφές των γεωμετρικών σχεδίων και οι μεταξύ τους σχέσεις οπτικοποιούνται. Αυτή η οπτικοποίηση μπορεί να αποτελέσει νοητικό εργαλείο (cognitive tool) και να διαμεσολαβήσει τη διαδικασία ανάλυσης, ερμηνείας, και παραγωγής επαγωγικής σκέψης, εικασίας, επαλήθευσης και ελέγχου. Καθώς τα παιδιά χειρίζονται δυναμικά το σχέδιο, απαιτείται να 'κατασκευάσουν μια ερμηνεία' (ή μια εικασία-υπόθεση) αυτών που διαδραματίζονται στην οθόνη του υπολογιστή και να εξηγήσουν τα αποτελέσματα του χειρισμού τους με γεωμετρικούς όρους. Μαθαίνουν έτσι να κινούνται από τις οπτικές στις νοητικές αναπαραστάσεις και να αναπτύσσουν ερμηνείες μαζί με δεξιότητες αφαιρετικής και επαγωγικής σκέψης. Έτσι, μέσα σε αυτή τη διαδικασία γίνεται εφικτή η παραγωγή γεωμετρικού συλλογισμού, θεωρητικής σκέψης και γενίκευσης.

XXXXX θέση για το σχήμα 1 αριστερά και δεξιά XXXXX

Σχήμα 1 – Το λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας Cabri

Μ' αυτό τον τρόπο η δυναμική γεωμετρία ως μέρος της διδακτικής πρακτικής μπορεί δυναμικά:

α) να αλλάξει την κουλτούρα της τάξης με την εισαγωγή νέων πρακτικών εργασίας. Οι μαθητές σε μια τέτοια τάξη μπορεί να εμπλέκονται σε διαφορετικές πρακτικές, όπως η διερεύνηση, ο πειραματισμός και η συστηματική παρατήρηση ή εφαρμογή κανόνων, και να δρουν ως μικροί επιστήμονες, διερευνώντας εικόνες και σχήματα, συζητώντας, αναλύοντας και επιχειρηματολογώντας για τα ευρήματά τους; β) να επηρεάσει προς την αλλαγή περιεχομένου του αναλυτικού προγράμματος, όπως η επαναφορά γεωμετρικών τόπων και κατασκευών. Όπως υποστηρίζει ο Γαβρίλης (2003), περιεχόμενα που έχουν θεωρηθεί δύσκολα και έχουν εκτοπιστεί από το αναλυτικό πρόγραμμα, μπορούν να ξαναβρούν τη θέση τους λόγω της δυνατότητας των εργαλείων του λογισμικού για πειραματισμό, διερεύνηση ακραίων περιπτώσεων και

οπτικοποίηση πιθανών λύσεων. Μέσα σ' ένα τέτοιο πλαίσιο μπορούμε να οραματιστούμε τη διδασκαλία στοιχείων θεωρητικής γεωμετρικής σκέψης στις μικρές ηλικίες ενθαρρύνοντας πρακτικές όπως η οπτική επιχειρηματολογία και η άτυπη παραγωγή απόδειξης και γενίκευσης.

Παρόλα αυτά, έχουν εκφραστεί προβληματισμοί και ανησυχίες σχετικά με το ρόλο αυτών των 'νέων' εργαλείων σχεδίασης και κατασκευής γεωμετρικών σχημάτων (π.χ. σύρσιμο στην οθόνη, μετασχηματισμοί και κατασκευές μέσω επιλογών, αυτόματη μέτρηση, κλπ). Οι ανησυχίες επικεντρώνουν στο κατά πόσο τα 'νέα' γεωμετρικά εργαλεία (τα οποία επιτρέπουν 'οπτικές' και διαισθητικές μορφές λύσης και απόδειξης) μπορούν πράγματι να υποστηρίξουν την ανάγκη για τυπική γεωμετρική απόδειξη με την αυστηρότητα που, παραδοσιακά, έχει αποτελέσει τον κεντρικό στόχο της ευκλείδειας γεωμετρίας (Straesser, 2001). Με άλλα λόγια, τι γίνεται αν τα παιδιά παραμένουν στη χρήση της οπτικής επιχειρηματολογίας χωρίς να αντιλαμβάνονται την ανάγκη για παραγωγή ή εφαρμογή μιας περισσότερο τυπικής απόδειξης; Σχετικές μελέτες αναφέρουν ότι το πέρασμα στην τυπική απόδειξη και γενίκευση επιτυγχάνεται. Για παράδειγμα, η Marriotti (2001) υποστηρίζει ότι τα παιδιά που χρησιμοποιούν τέτοια εργαλεία κάνουν λεπτές παρατηρήσεις και ερωτήσεις και μέσα από κατάλληλες διδακτικές παρεμβάσεις περνούν σε επίπεδα αυστηρότερης γεωμετρικής απόδειξης.

Συνοπτικά, θα μπορούσαμε να υποστηρίξουμε ότι οι βασικοί γεωμετρικοί χειρισμοί που ενθαρρύνει το Cabri προσφέρουν ένα πλαίσιο για διερευνητική μάθηση και πειραματισμό σε μεγάλο μέρος της γεωμετρικής θεωρίας. Παρόλο που η δυνατότητα αξιοποίησης του λογισμικού για τις πολύ μικρές ηλικίες της προσχολικής και πρώτης σχολικής ηλικίας δεν έχει διερευνηθεί συστηματικά, μελέτες οι οποίες επιβεβαιώνουν ότι παιδιά ηλικίας 5-8 ετών μπορούν να μνηθούν στη θεωρητική σκέψη και στη γενίκευση (Hedegaard, 1999, Talyzina, 1999) μας ενθαρρύνουν να ασχοληθούμε με τη χρήση του Cabri σ' αυτές τις ηλικίες.

Εστιάζοντας στο μήνυμα: Μαθησιακές Δραστηριότητες

Στο πλαίσιο της κοινωνικο-πολιτισμικής θεώρησης, η μάθηση δεν αποτελεί τυχαίο ή αυθόρμητο γεγονός, αλλά είναι το αποτέλεσμα ενεργού δράσης σε συστηματικά οργανωμένα πλαίσια δραστηριοτήτων. Ιδιαίτερα η σχολική μάθηση στοχεύει στην οικειοποίηση διαφόρων σωμάτων γνώσης, όπως η εμπειρική, η αφηγηματική και η θεωρητική. Απώτερος στόχος, σύμφωνα με την Hedegaard (1991), είναι η κατάκτηση θεωρητικής γνώσης η οποία πραγματώνεται μέσω της διαμεσολάβησης ιστορικο-πολιτισμικών εργαλείων. Αυτή η διαμεσολάβηση επιτυγχάνεται κύρια μέσα από την οργάνωση κατάλληλων πλαισίων δραστηριότητας με στόχο τη μάθηση. Στα παρακάτω θα δούμε τι σημαίνει 'μαθησιακή δραστηριότητα' στο κοινωνικο-πολιτισμικό πλαίσιο και θα περιγράψουμε τις δραστηριότητες που σχεδιάστηκαν με βάση το Cabri.

Η έννοια της 'μαθησιακής δραστηριότητας'

Η έννοια της δραστηριότητας έχει τη βάση της στην φιλοσοφία των Καντ, Χέγκελ και Μαρξ και έχει αναπτυχθεί ως θεωρία (activity theory) με στόχο την ερμηνεία πλαισίων μάθησης, κυρίως από τον Leont'ev και τους συνεργάτες του. Η 'μαθησιακή δραστηριότητα' είναι ένα συγκεκριμένο είδος δραστηριότητας, που ιστορικά αναπτύσσεται στο πλαίσιο της εργασίας (labor) και διαφοροποιείται από την αυθόρμητη δραστηριοποίηση στο παιχνίδι ή στη καθημερινή επικοινωνία. Βασίζεται σε συστηματική εκμάθηση της τεχνικής και της λογικής υλικών, κανόνων και διαδικασιών, τα οποία αναπαριστούν διαφορετικά πεδία κοινωνικής εμπειρίας και δράσης. Το ιδιαίτερο αυτό είδος δραστηριότητας στοχεύει στην κατάκτηση κοινωνικής γνώσης και ικανοτήτων μέσω της προσωπικής ανα-παραγωγής κανόνων (και θεωριών) που η κοινωνία έχει παραγάγει ιστορικά (Hedegaard, 1999, Davydov, 1999).

Βασικά δομικά στοιχεία μιας 'μαθησιακής δραστηριότητας' είναι η ανάγκη, τα κίνητρα, οι στόχοι, οι συνθήκες, τα μέσα, οι δράσεις και οι χειρισμοί. Η μαθησιακή ανάγκη και το κίνητρο οδηγούν τα παιδιά στη γνώση ως αποτέλεσμα οργανωμένων χειρισμών και μετασχηματισμών με

συγκεκριμένο υλικό. Μελετώντας αυτούς τους μετασχηματισμούς, τα παιδιά μπορούν να παρατηρήσουν σχέσεις οι οποίες εμφανίζονται τόσο ως φυσικά χαρακτηριστικά (π.χ. το σχήμα αλλάζει) όσο και ως εσωτερικοί συσχετισμοί που παραπέμπουν σε κανόνες ή νόμους (π.χ. τι είναι αυτό που αλλάζει, πώς αλλάζει). Κεντρικός μοχλός μιας δραστηριότητας είναι ότι στρέφεται γύρω από τη χρήση αντικειμένων και είναι συνεχώς στραμμένη στη δημιουργία υλικών ή πνευματικών προϊόντων.

Η 'μαθησιακή δραστηριότητα' κατευθύνεται στην αυτο-ρύθμιση και αυτο-βελτίωση των μαθητευόμενων όσον αφορά στην κατάκτηση νέας γνώσης φαινομένων και σχέσεων. Προς αυτή την κατεύθυνση, η βασική θεωρητική σκέψη υποστηρίζει την ανάπτυξη βαθέων στρατηγικών δομών, έτσι ώστε να γίνεται αντιληπτή η εσωτερική δομή των πραγμάτων. Καθώς τα παιδιά γίνονται εγγράματοι και κατακτούν βασικά μαθηματικά εργαλεία (καθώς και άλλες κοινωνικές μορφές γνώσης και ικανοτήτων), αναπτύσσουν μια διαμεσολαβούμενη σχέση με τον φυσικό και πραγματικό κόσμο. Τον γνωρίζουν, τον κατανοούν και τον κατακτούν μέσω αυτών των πολιτισμικών εργαλείων, με την έννοια ότι μπορούν να εφαρμόσουν αυτά τα εργαλεία έτσι ώστε να δουν πέρα από τα δεδομένα και να κατανοήσουν τις διαφορετικές σχέσεις στον κόσμο.

Σχεδίαση 'μαθησιακών δραστηριοτήτων' με το Cabri

Το λογισμικό Cabri ως περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας έχει στόχο την κατασκευή, το μετασχηματισμό και τη διερεύνηση γεωμετρικών οντοτήτων (βλ. σχήμα 1) σ' ένα ανοιχτό περιβάλλον διεπαφής. Ο ελεύθερος και χωρίς όρια χειρισμός των εργαλείων του Cabri δεν μπορεί να αποτελέσει 'μαθησιακή δραστηριότητα', εφόσον το παιδί δεν έχει καθορισμένους στόχους εργασίας και κίνητρα δράσης. Σύμφωνα με την παραπάνω περιγραφή για το τι αποτελεί μαθησιακή δραστηριότητα, η οριοθέτηση του χώρου εργασίας των παιδιών και η κατάλληλη οργάνωση γύρω από στόχους, μέσα, δράσεις και χειρισμούς είναι απαραίτητη.

Προς αυτή τη κατεύθυνση δημιουργήθηκαν πέντε μαθησιακές δραστηριότητες οι οποίες έχουν απώτερο στόχο τη μύηση του παιδιού στην έννοια του τριγώνου. Τα τρίγωνα, και γενικά τα γεωμετρικά σχήματα, αποτελούν οικείο εποπτικό (και παιδαγωγικό) υλικό, τόσο στο σπίτι όσο και στο σχολείο. Η ενασχόληση του παιδιού με διάφορα φυσικά υλικά δημιουργεί πλαίσια εμπειρικής γνώσης, χωρίς όμως να δημιουργείται άμεσα η δυνατότητα ανάπτυξης αφηγηματικής ή θεωρητικής γνώσης ή/και η διασύνδεση τους. Έτσι, συνολικά η οργάνωση των δραστηριοτήτων αποτελεί μια αυτόνομη ενότητα δράσεων και στοχεύουν: α) στη σύνθεση διαφόρων μορφών γνώσης (εμπειρική, αφηγηματική και θεωρητική) όσον αφορά στην έννοια του τριγώνου, β) στη μύηση του παιδιού στη θεωρητική σκέψη και τη γενίκευση αναφορικά με το τρίγωνο (τι είναι τρίγωνο, τι σημαίνει ίσο τρίγωνο), και γ) στη συσχέτιση τριγώνου με τετράπλευρα (τετράγωνο, ορθογώνιο παραλληλόγραμμο).

Οι Hedegaard (1999) και Davydov (1999) εξηγούν ότι τα κύρια δομικά στοιχεία στην οργάνωση των μαθησιακών δραστηριοτήτων είναι οι *διδασκτικοί στόχοι* οι οποίοι προσδιορίζουν που στοχεύει η διδακτική παρέμβαση και οι *μαθησιακές δράσεις* που διευκρινίζουν το είδος της δράσης των μαθητευομένων. Η αναλυτική παρουσίαση των δραστηριοτήτων που έχουν σχεδιαστεί στα πλαίσια αυτής της έρευνας ακολουθεί το μοτίβο που προτείνουν (βλ. πίνακα 1). Ενώ η πρώτη μαθησιακή δραστηριότητα (ΜΔ1) εστιάζει στην εξοικείωση του παιδιού με το Cabri μέσα από τη χρήση των εργαλείων του λογισμικού για την κατασκευή ενός τριγώνου και έχει σχεδιαστεί για να εισαγάγει νέα πληροφορία, η πέμπτη (ΜΔ5) δίδει έμφαση στη σύνδεση μέσα από άλλα πλαίσια (π.χ. αφήγηση ιστορίας, κατασκευή τριγώνων με άλλα υλικά, ζωγραφική) και στοχεύει στην ανακεφαλαίωση, τη συλλογική συζήτηση και τον αναστοχασμό. Οι ενδιάμεσες δραστηριότητες δίδουν συγκεκριμένα προβλήματα προς επίλυση και επιτελούν τόσο ρόλο εξάσκησης στην οπτικοποίηση και το μετασχηματισμό σχημάτων όσο και μύηση σε προβλήματα που ενθαρρύνουν τη συστηματική περιγραφή και γενίκευση των χαρακτηριστικών που προσδιορίζουν γεωμετρικές σχέσεις. Από αυτές η ΜΔ2 στοχεύει στη δημιουργική σύνθεση με

τρίγωνα στην εικαστική δημιουργία ενός σχεδίου. Η ΜΔ3 εστιάζει στην κατασκευή τριγώνου ίσου με δεδομένο και η ΜΔ4 στη διερεύνηση ενός ανοιχτού προβλήματος (πόσα τρίγωνα χωρούν σε ένα τετράπλευρο).

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX (θέση πίνακα 1)

Πίνακας 1. Μαθησιακές Δραστηριότητες: Διδακτικοί Στόχοι και Μαθησιακές Δράσεις

Δράση στο σύστημα Άτομα – Τεχνολογία - Δραστηριότητα

Οι μαθησιακές δραστηριότητες που περιγράφηκαν παραπάνω εφαρμόστηκαν με ομάδες παιδιών στη σχολική τάξη. Σ' αυτή την ενότητα θα αναφερθούμε σε κάποια πρώτα συνολικά συμπεράσματα και σκέψεις που απορρέουν από αυτή τη μελέτη. Αφού περιγράψουμε συνοπτικά τη μεθοδολογική προσέγγιση, θα συζητήσουμε αναδυόμενες κατηγορίες δραστηριοποίησης των παιδιών.

Μεθοδολογική προσέγγιση

Ο σχεδιασμός και η εφαρμογή των παραπάνω μαθησιακών δραστηριοτήτων έγινε στα πλαίσια του 'διδασκτικού πειράματος' - μια μέθοδος στην οποία η εστίαση βρίσκεται στην ανάλυση και ερμηνεία της διδακτικής διαδικασίας με στόχο τον επανασχεδιασμό της¹³. Έτσι, σ' αυτό τον τύπο 'πειραματισμού' δεν ενδιαφέρει τόσο ο έλεγχος μεταβλητών ή η μέτρηση του κοινωνιο-γνωστικού αποτελέσματος ως επίδοσης. Αντίθετα, η εστίαση δίδεται στην μικρογενετική ανάλυση της αλληλόδρασης μεταξύ εμπλεκόμενων δρώντων και στην αποτύπωση των κρίσιμων σημείων της διδακτικής και μαθησιακής πορείας (βλ. Hedegaard, 1999, Cobb et al, 1992). Αυτά τα σημεία βοηθούν στην αποσαφήνιση του διδακτικού σχεδιασμού μέσα από τα στοιχεία του επικοινωνιακού πλαισίου της τάξης. Ο σχεδιασμός συνδέεται έτσι άρρηκτα με την αξιολόγηση

¹³ Για μια αναλυτική παρουσίαση του διδακτικού πειράματος ως μέθοδος στο πλαίσιο του κοινωνικού κονστρουκτιβισμού βλ. Chronaki, 1992.

στην πράξη των δραστηριοτήτων στις οποίες εμπλέκονται τα ίδια τα παιδιά. Μαζί αποτελούν αλληλένδετες διαδικασίες οι οποίες αλληλοσυμπληρώνονται παρέχοντας ανατροφοδότηση και αναστοχασμό.

Οι 'μαθησιακές δραστηριότητες που περιγράφηκαν παραπάνω εφαρμόστηκαν στην τάξη υπό μορφή αυτού του τύπου 'διδακτικού πειράματος'. Σε αυτή τη συνεργατική πορεία σχεδιασμού και αξιολόγησης πήραν μέρος περίπου 40 μαθητές και μαθήτριες σε δέκα νηπιαγωγεία και δημοτικά σχολεία της πόλης του Βόλου. Οι τεχνικές της εθνογραφικής παρατήρησης, της βιντεοσκόπησης και της μη-παρεμβατικής συνέντευξης εφαρμόστηκαν για τη συλλογή δεδομένων.

Παρόλο που απώτερος στόχος της ανάλυσης είναι η διερεύνηση των κατηγοριών που χαρτογραφούν τη δράση των παιδιών, στα παρακάτω¹⁴ θα συζητήσουμε τη δράση των παιδιών εστιάζοντας σε τρεις βασικούς άξονες αλληλόδρασης μεταξύ ατόμων-τεχνολογίας-δραστηριότητας; α) μύηση στη χρήση 'παλαιών' και 'νέων' γεωμετρικών εργαλείων, β) διαμεσολάβηση 'εργαλείων' και ανάπτυξη γεωμετρικής σκέψης, και γ) συσχέτιση υποκειμενικής έκφρασης των παιδιών με ένα ορθολογικό τρόπο σκέψης.

Μύηση στη χρήση 'παλαιών' και 'νέων' γεωμετρικών εργαλείων

Η εξοικείωση των παιδιών με τις βασικές λειτουργίες του λογισμικού αποτελεί το πρωταρχικό στάδιο αλληλεπίδρασης των παιδιών με το Cabri και είναι η βάση για την περαιτέρω δραστηριοποίηση τους. Η εξοικείωση με το πληκτρολόγιο, το ποντίκι και την εργαλειοθήκη (menu) του λογισμικού δεν απαιτεί χρόνο. Παιδιά που δεν είχαν καμμία πρότερη επαφή με τον υπολογιστή μπόρεσαν να χειριστούν το ποντίκι και έμαθαν να χρησιμοποιούν κάποιες από τις βασικές λειτουργίες σχεδίασης στο πρόγραμμα κατά την ενασχόληση τους από τις πρώτες δύο δραστηριότητες (ΜΔ1, ΜΔ2 και σχήμα 2). Οι παρατηρήσεις αυτές συμφωνούν με τον Clement

¹⁴ Η παρούσα εργασία αποτελεί μέρος μιας ευρύτερης έρευνας υπό εξέλιξη η οποία έχει στόχο τη διερεύνηση της δράσης των παιδιών σε κατάλληλα σχεδιασμένα διδακτικά πλαίσια για τη διδασκαλία/μάθηση μαθηματικών εννοιών με ή χωρίς τη χρήση τεχνολογίας. Στο παρόν κείμενο η εστίαση βρίσκεται στην παρουσίαση και συζήτηση πιλοτικών ευρημάτων.

(2002) ο οποίος υποστηρίζει ότι ακόμη και πολύ μικρά παιδιά (3-4 ετών) μπορούν να ακολουθήσουν εντολές, να πατήσουν πλήκτρα, να απομνημονεύσουν βασικές λειτουργίες (π.χ. το άνοιγμα και το κλείσιμο ενός προγράμματος ή του υπολογιστή) καθώς και με πρόσφατες παρατηρήσεις μας σε μελέτη για τη χρήση του υπολογιστή σε αστικά και επαρχιακά νηπιαγωγεία (Χρονάκη και Στεργίου, 2005).

XXXXXX θέση για σχήμα 2 αριστερά και δεξιά XXXXX

Σχήμα 2: Φτιάξε τα 'δικά' σου σχέδια με τα τρίγωνα (ΜΔ2)

Η εξοικείωση των παιδιών με βασικά εργαλεία και λειτουργίες του λογισμικού γίνεται σε άμεση συνάρτηση με τις απόπειρές τους για σχεδίαση και σύνθεση γεωμετρικών σχημάτων. Η εκμάθηση των εργαλείων στο μενού Cabri σημαίνει ταυτόχρονα την εκμάθηση μιας 'νέας' πρακτικής για τη γεωμετρία, καθώς τα εργαλεία χρήσης και οι δεξιότητες που η χρήση των εργαλείων απαιτεί είναι 'νέα'. Καταρχάς η 'σχεδίαση' στο περιβάλλον Cabri πραγματώνεται μέσα από διαφορετικού τύπου λεπτή κινητικότητα (κυρίως σύροντας το ποντίκι στην επιφάνεια εργασίας) η οποία απαιτεί διαφορετικό χειρισμό σε σχέση με άλλες μορφές, όπως είναι η χρήση μολυβιού, κανόνα-διαβήτη, πινέλου, ψαλιδιού, πλαστελίνης, σπάγκου, κλπ. Παράλληλα, η σχεδίαση του τριγώνου απαιτεί τον ορισμό σημείων και την ένωση τους με ευθύγραμμα τμήματα (ή τη δημιουργία τριγώνου ως του χωρίου που εντοπίζεται στην τομή τριών ευθειών), ενώ αντίθετα, στο σχεδιασμό με χαρτί και μολύβι η έμφαση δίδεται στη σχεδίαση πλευρών. Παρόλ' αυτά, η σχεδίαση στο Cabri μοιάζει να απαιτεί, όπως και στο περιβάλλον κανόνα-διαβήτη, την εφαρμογή γνώσεων ευκλείδειας γεωμετρίας (π.χ. ορισμοί, παραδοχές, κανόνες). Δηλαδή απαιτεί τη μύηση των παιδιών στη χρήση 'παλαιών' νοητικών εργαλείων για τη γεωμετρία, αλλά και στην κατανόηση της αλληλόδρασης 'παλαιών' και 'νέων' εργαλείων, κάτι που δεν γίνεται αυθόρμητα, αλλά απαιτεί διδακτική παρέμβαση.

Διαμεσολάβηση 'εργαλείων' και ανάπτυξη γεωμετρικής σκέψης

Τα παιδιά, προκειμένου να 'σχεδιάσουν' τρίγωνα στο Cabri, καταρχάς ενεργοποιούν τις προσωπικές τους αναπαραστάσεις και γνώσεις σχετικά με την έννοια του τριγώνου. Παρατηρήθηκε ότι τα παιδιά ξεκινούν τη σχεδιάσή τους με αναπαραστάσεις που αφορούν κυρίως στερεότυπες εικόνες τριγώνων (π.χ. ισοσκελή και ισόπλευρα τρίγωνα). Το ίδιο όμως παρατηρήθηκε να συμβαίνει και στο περιβάλλον χαρτί-μολύβι, όταν ζητήθηκε από τα παιδιά να σχεδιάσουν διαφορετικά τρίγωνα¹⁵ σε σχέση με ένα δεδομένο (Χρονάκη και Δημουλά, 2005). Οι αναπαραστάσεις των παιδιών παραπέμπουν σε ερμηνείες της 'διαφορετικότητας', οι οποίες είναι πλαισιοθετημένες σε καθημερινές εμπειρίες και διακρίνονται σε: α) *ιδιοσυγκρασική* (δηλ. η δημιουργία διαφορετικού τριγώνου μέσα από την εικαστική διακόσμηση των σχημάτων), β) *αίσθηση μορφής* (δηλ. η δημιουργία άλλων τριγώνων με βάση την αίσθηση που προκαλεί το χρώμα και το μέγεθος), γ) *ομοιότητα* (δηλ. δημιουργίας σειράς τριγώνων από μικρότερο σε μεγαλύτερο κρατώντας την αναλογία των πλευρών), και δ) *θέσης στο χώρο* (δηλ. δημιουργία ενός ίδιου τριγώνου που όμως βρίσκεται σε άλλη θέση). Ο σχεδιασμός αμβλυγώνιων ή οξυγώνιων τριγώνων (ή η συμπερίληψη μιας θεωρητικής προσέγγισης του τριγώνου) σπανίζει και προκύπτει συνήθως τυχαία στην προσπάθεια των παιδιών να φτιάξουν το δικό τους τρίγωνο. Για τα παιδιά, το 'δικό' τους τρίγωνο, το 'σωστό', ή το 'καλό' τρίγωνο, είναι κυρίως οι περιπτώσεις ισοσκελών και ισοπλεύρων τριγώνων που γνωρίζουν μέσα από την προσωπική τους εμπειρία σε πλαίσια 'καθημερινής ζωής' και που χρησιμοποιούνται αφειδώς στα σχολικά εγχειρίδια (Σκουμπουρδή, 2003).

Η 'οπτικοποίηση', ο 'δυναμικός μετασχηματισμός' και ο 'οπτικός χειρισμός' σχημάτων μετατρέπονται σε 'ψυχολογικά εργαλεία' τα οποία λειτουργούν διαμεσολαβητικά στην ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των παιδιών. Αλλά, όπως είδαμε και στο παραπάνω επεισόδιο, η

¹⁵ Δραστηριότητες αυτού του τύπου χρησιμοποιούνται συχνά σε τεστ που στοχεύουν να διαγνώσουν την ικανότητα των παιδιών για μετρική αντίληψη βασικών ιδιοτήτων τριγώνου (βλ. Hart, 1981).

διαμεσολάβηση αυτή απαιτεί την αλληλεπίδραση μεταξύ των εργαλείων που μας διατίθενται μέσω της τεχνολογίας και των ατόμων (ενήλικας, παιδί), στα πλαίσια μαθησιακών δραστηριοτήτων οι οποίες παρέχουν στόχους και κίνητρα για το χειρισμό αυτών των 'εργαλείων'. Αυτό ακριβώς αποτελεί το λειτουργικό πλαίσιο (δηλ. ο συνειδητός χειρισμός 'εργαλείων' στα πλαίσια του συστήματος άτομα-τεχνολογία-δραστηριότητα) το οποίο ενθαρρύνει το παιδί στον εμπλουτισμό αναπαραστάσεων και δυνητικά υποστηρίζει την ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης. Η διαπίστωση των παιδιών ότι το περιβάλλον της δυναμικής γεωμετρίας επιτρέπει μια σειρά από λειτουργίες, όπως η οπτικοποίηση, ο μετασχηματισμός, ο δυναμικός χειρισμός σχημάτων, αλλά και η αντιγραφή, ο χρωματισμός, η σύγκριση, η μέτρηση προκαλεί 'έκπληξη', κάτι που έχει επισημάνει και η Sinclair (2003), και συνδέεται με την ανάπτυξη κινήτρου για ενασχόληση.

Υποκειμενική έκφραση και ορθολογική σκέψη

Τα παιδιά στη μαθησιακή δραστηριότητα ΜΔ4 (βλ. σχήμα 3) ξεκινούν να γεμίζουν το ορθογώνιο, προσαρμόζοντας ένα από τα μεγάλα τρίγωνα χωρίς να το αλλάξουν. Συνεχίζουν να βάζουν τρίγωνα και, όταν στο τέλος μένει ένα μικρό κενό, προβληματίζονται πώς θα γεμίσει. Αν το τμήμα αυτό είναι τρίγωνο, τότε παίρνουν ένα τρίγωνο και το μετασχηματίζουν έξω από το τετράπλευρο. Μετά, συγκρίνοντας το με το τμήμα που πρέπει να γεμίσει, κάνουν το τρίγωνο περίπου ίδιο και το τοποθετούν μέσα (βλ. σχήμα 4). Αν όχι, τότε αρχίζει η συζήτηση σχετικά με το πόσα ακόμη τρίγωνα πρέπει να μπου, τι μεγέθους πρέπει να είναι και με ποιο τρόπο θα πρέπει να τοποθετηθούν έτσι ώστε να μην υπάρχουν κενά. Το πλαίσιο δράσης επιτρέπει και ενθαρρύνει την υποκειμενική έκφραση των παιδιών σε παραγωγή λόγου με λεκτικά και οπτικά εργαλεία.

XXXX θέση στο σχήμα 3 αριστερά και δεξιά XXXXX

Σχήμα 3. Γέμισμα ορθογωνίου με τρίγωνα.

Όταν δίδεται περιορισμός στον αριθμό των τριγώνων για το γέμισμα του τετραπλεύρου, δημιουργείται εντονότερος προβληματισμός από τη μεριά των παιδιών. Η συζήτηση αφορά στο

σχήμα που πρέπει να δώσουν τα παιδιά στο τρίγωνο, προκειμένου να γεμίσει όλο το τετράγωνο με δύο μόνο τρίγωνα. 'Με τόσα λίγα τρίγωνα πώς θα το κάνουμε;', αναφέρει χαρακτηριστικά η Χριστίνα. Από τις κατασκευές των παιδιών σ' αυτά τα έργα βλέπουμε ότι, προκειμένου να διευκολυνθούν, εφαρμόζουν αρχικά τη στρατηγική που αναφέρθηκε πιο πάνω. Εφάπτουν, ή όπως λένε 'κολλάνε' ή 'καρφώνουν' ένα τρίγωνο στην πλευρά του τετραγώνου και το μετασχηματίζουν έτσι ώστε να δημιουργηθεί ένα ορθογώνιο τρίγωνο. Στη συνέχεια γεμίζουν και το υπόλοιπο. Δυνητικά μπορούν να παρατηρήσουν ότι σε κάθε τετράγωνο τα δύο επιμέρους τρίγωνα είναι ίσα. Μια τέτοια διαπίστωση μπορεί να οδηγήσει (τα ίδια ή μεγαλύτερα παιδιά) στη διερεύνηση του αν ισχύει το ίδιο με τα παραλληλόγραμμα, με το ρόμβο ή με κάθε τυχαίο τετράπλευρο. Τα παιδιά δεν περνούν εύκολα και αβίαστα στον ορθολογικό τρόπο σκέψης. Η δραστηριοποίηση τους στα έργα δείχνει ότι το 'πέραςμα' δεν γίνεται αυθόρμητα, αλλά σε πλαίσιο διδακτικής διαχείρισης, όπου *πρώτον* το παιδί έχει τη δυνατότητα υποκειμενικής έκφρασης, η οποία δηλώνεται μέσα από προσωπικές στρατηγικές και χρήση σημειωτικών κωδίκων (π.χ. πειραματίζονται ελεύθερα, δείχνουν στην οθόνη, περιγράφουν με δικά τους λόγια και σύμβολα), και *δεύτερον* ο/η εκπαιδευτικός απευθύνει κατάλληλες ερωτήσεις (ή άλλες παρεμβάσεις) εισάγοντας σταδιακά στοιχεία ορθολογικότητας. Για παράδειγμα, όταν ζητείται από τα παιδιά να γεμίσουν ένα δεδομένο τετράπλευρο (τετράγωνο ή ορθογώνιο) με τρίγωνα χωρίς να υπάρχει περιορισμός στον αριθμό των τριγώνων που θα μπορούσαν να εγγραφούν, τα παιδιά πειραματίζονται και οι απαντήσεις τους τείνουν σε μεγάλα νούμερα. Όταν σε επόμενη δραστηριότητα ζητείται από τα παιδιά να σκεφτούν ποιος θα είναι ο μικρότερος αριθμός τριγώνων που θα μπορούσαν να χρησιμοποιήσουν στο γέμισμα τετραπλεύρου, τα παιδιά ενθαρρύνονται στη διατύπωση υπόθεσης, στη συζήτηση, στον πειραματισμό και στην επαλήθευση.

XXX	θέση για σχήμα 4 α (αριστερά)	XXX	θέση για σχήμα 4 β (δεξιά)
-----	-------------------------------	-----	----------------------------

«Θέλω να το βγάλω έξω, για να μπορέσω να βάλω αυτό πιο εδώ και να το μικρύνω...και μετά θα το βάλω μέσα»..	«Κάντο έτσι, ανέβασέ το έτσι και «κάρφωσέ» το εδώ!»
--	---

Σχήμα 4: Υποκειμενική έκφραση

Σε δραστηριότητες όπως η ΜΔ3 και ΜΔ4, όπου τα παιδιά ενθαρρύνονται στην παραγωγή εικασίας, πειραματισμού, επαλήθευσης, και ερμηνείας, στόχος είναι η μύηση των παιδιών στην παραγωγή θεωρητικής σκέψης. Ένας τέτοιος διδακτικός στόχος παραπέμπει στην καλλιέργεια του ορθολογικού νου -κεντρικό μέλημα της νεωτερικής εποχής. Πρόκειται για την εκ-παίδευση (μύηση σε μια πειθαρχία) σε έναν τυπικό τρόπο επιστημονικής σκέψης που αντιλαμβάνεται την επιστήμη με όρους αντικειμενικότητας (Φουρτούνης, 2005) ή που στοχεύει στην ανα-παραγωγή ιστορικο-πολιτισμικής γνώσης (Hedegaard, 1999). Από τα παιδιά ζητείται να γίνουν για λίγο 'μικροί επιστήμονες', οι οποίοι διερευνούν, πειραματίζονται, κάνουν χρήση μαθηματικών αντικειμένων, παράγουν εικασίες και θεωρία και ανακαλύπτουν κάποιες 'αλήθειες' (π.χ. τι είναι τρίγωνο, τι είναι ίσο τρίγωνο, ποιος ο μικρότερος αριθμός τριγώνων που χωρούν σε τετράπλευρο κλπ).

Μερικά πρώτα συμπεράσματα

Όπως δηλώσαμε παραπάνω, η έρευνα αυτή βρίσκεται υπό εξέλιξη και όποια απόπειρα έκβασις συμπερασμάτων αποτελεί αναστοχαστικό μέρος της πιλοτικής διαδικασίας. Με αυτό κατά νου, θα μπορούσαμε να τονίσουμε ότι αν η τεχνολογία γίνεται το 'μέσο' για τη διδακτική προσέγγιση ενός γνωστικού πεδίου, τότε το 'μήνυμα' μοιάζει πολυσήμαντο. Μέσα από το συγκεκριμένο παράδειγμα του λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας Cabri θα μπορούσαμε να διακρίνουμε τα παρακάτω:

Σε ένα πρώτο επίπεδο, θα πρέπει να τονιστεί ότι το λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας είναι ένα ανοικτό ψηφιακό περιβάλλον με χαρακτηριστικά που ευνοούν την αυτόνομη δράση των χρηστών και συγκεκριμένα την αυτόνομη διερεύνηση και χειρισμό σχημάτων. Η ποιότητα του

γεωμετρικού συλλογισμού, της επικοινωνίας και της δραστηριοποίησης των παιδιών είναι αποτέλεσμα του συστήματος αυτού (άτομα-τεχνολογία-δραστηριότητα) συνολικά και όχι μεμονωμένων μερών. Αυτό σημαίνει ότι το 'μήνυμα' που μεταφέρουν οι μαθησιακές δραστηριότητες δεν είναι μονοσήμαντο, αλλά κάθε φορά αναδημιουργείται με βάση τα συστατικά του τρόπου με τον οποίο τα άτομα σχεδιάζουν και εφαρμόζουν στην πράξη έργα γεωμετρίας. Αυτή η διαδικασία περιλαμβάνει τόσο τα χαρακτηριστικά των εργαλείων του λογισμικού (π.χ. τη δυνατότητα οπτικής αναπαράστασης και χειρισμού των γεωμετρικών σχημάτων) όσο και τα λειτουργικά στοιχεία της διαλογικότητας που αναπτύσσεται μεταξύ παιδιών-εκπαιδευτικού-λογισμικού. Θα μπορούσαμε λοιπόν να πούμε ότι η τεχνολογία αποτελεί το 'μέσο' για παρατήρηση γεωμετρικών οντοτήτων και για έκφραση (οπτική και λεκτική) των παρατηρήσεων που είναι δυνατόν να γίνουν. Έτσι δημιουργείται το απαραίτητο υπόβαθρο για διάλογο και επικοινωνία μεταξύ εκπαιδευτικού και παιδιών, αλλά και για διερεύνηση ανοιχτών γεωμετρικών προβλημάτων.

Σε ένα δεύτερο επίπεδο, παρόλο που έχουν εκφραστεί επιφυλάξεις (Straesser, 2001), δεν θα ήταν παράτολμο να λέγαμε ότι τα παιδιά μαθαίνουν μια 'νέα' γεωμετρία. Όπως στην περίπτωση της Logo, όπου ο προγραμματισμός της χελώνας επιβάλλει μια νέα λογική για την κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων (Papert, 1980), έτσι και στο περιβάλλον Cabri τα παιδιά σχεδιάζουν με διαφορετικό τρόπο και εν συνεχεία χειρίζονται τα σχήματα τους διαφορετικά. Αυτή η εμπειρία εμπλουτίζει τόσο τις αναπαραστάσεις τους σχετικά με τα γεωμετρικά σχήματα και τις μεταξύ τους σχέσεις, όσο και τις στρατηγικές τους μέσα από την κατάκτηση 'νέων' εργαλείων και την έμφαση σε ερωτήματα που ωθούν άλλοτε σε παλαιά ερωτήματα (π.χ. κατασκευή γεωμετρικών αντικειμένων σύμφωνα με τις αρχές της ευκλείδειας γεωμετρίας, απόδειξη των θεωρημάτων) κι άλλοτε σε νέα (π.χ. ελεύθερη κατασκευή, διαισθητική απόδειξη).

Σε ένα τρίτο επίπεδο, θα μπορούσαμε να πούμε ότι τα ίδια τα παιδιά μούνται σε έναν ορθολογικό τρόπο προσέγγισης της γνώσης. Αυτό, θα λέγαμε, αποτελεί συνήθως το 'κρυφό'

Άννα Χρονάκη. (2006). *Η πρό(σ)κληση της γεωμετρίας και της τεχνολογίας στις μικρές ηλικίες: Το 'μέσο' και το 'μήνυμα' του συστήματος άτομα-τεχνολογία-δραστηριότητα. Θέματα στην Εκπαίδευση*. 7 (1) σελ. 23-51.

μήνυμα, γιατί ενώ τόσο το λογισμικό όσο και οι μικρόκοσμοι απαιτούν 'αυτενέργεια' από παιδιά και εκπαιδευτικούς, αυτού του τύπου η 'αυτενέργεια' σύντομα διοχετεύεται μέσα από κατάλληλα ερωτήματα και παρεμβάσεις σε έναν ορθολογικό τρόπο σκέψης (π.χ. παραγωγή εικασίας, συστηματικός πειραματισμός, επαλήθευση κλπ). Η 'αυτενέργεια' λοιπόν σύντομα μετατρέπεται σε κατευθυνόμενη δράση και σε ανα-παραγωγή. Αυτό γίνεται σε περιβάλλον όπου ταυτόχρονα τα παιδιά ενθαρρύνονται να χρησιμοποιούν προσωπικές στρατηγικές (π.χ. οι τρόποι αντιμετώπισης ενός προβλήματος) και υποκειμενικούς τρόπους έκφρασης (π.χ. γλώσσα, χειρισμοί, οπτικές, δεικτικές και λεκτικές αναπαραστάσεις και σημεία κλπ). Έτσι, η αντικειμενικότητα της απάντησης μοιάζει να μην επιβάλλεται, αλλά βγαίνει ως 'ανάγκη' και 'αποτέλεσμα' της ίδιας της δραστηριότητας. Η μύηση στην ορθολογικότητα επιτελείται ως μύηση σε μια κοινωνική πρακτική της οποίας η επίτευξη δεν είναι καθόλου αβίαστη και απλή. Έτσι, δηλώνεται η λεπτότητα μιας τέτοιας διδακτικής διαχείρισης. Θα μπορούσαμε βέβαια να ισχυριστούμε ότι εφόσον *'...δεν υπάρχει μια και μοναδική, καθολική ορθολογική μέθοδος σύμφωνα με την οποία κάθε επιστήμη οφείλει να εγκαθιδρυθεί και να επικυρωθεί, αλλά κάθε επιστήμη φέρει (και φέρεται από) τη δική της μέθοδο, τη δική της ορθολογικότητα'* (Φουρτούνης, 2005, σελ. 15), η ανακίνηση παλαιών ερωτημάτων με 'νέα' γεωμετρικά εργαλεία τείνει να δημιουργήσει νέες συνθήκες για την πρακτική της ορθολογικότητας. Παράλληλα, όμως, αφήνει να εννοηθεί (ή μας αφήνει να ονειρευτούμε) ότι ίσως και τα ίδια τα παιδιά έχουν (ή θα μπορούσαν να έχουν) τη δυνατότητα να προβληματιστούν σχετικά με την ανάγκη ενός συγκεκριμένου ορθολογικού τρόπου σκέψης.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

- Arnheim, R. (1999), *Τέχνη και Οπτική Αντίληψη: Η Ψυχολογία της Δημιουργικής Όρασης*, Αθήνα: Εκδόσεις Θεμέλιο.
- Bartolini-Bussi, M. (1996), *Mathematical Discussion and Perspective Drawings in Primary School. Educational Studies in Mathematics*, 31, 11-41
- Bishop, A. (1988), *Mathematical Enculturation: a cultural perspective on mathematics education*. Boston: Kluwer Academic Publishers.

Άννα Χρονάκη. (2006). Η πρό(σ)κληση της γεωμετρίας και της τεχνολογίας στις μικρές ηλικίες: Το 'μέσο' και το 'μήνυμα' του συστήματος άτομα-τεχνολογία-δραστηριότητα. *Θέματα στην Εκπαίδευση*. 7 (1) σελ. 23-51.

- Boero, P., Dapueto, C., Ferrari, P., Ferrero, E., Garuti, R., Lemut, E., Parenti, L. and Scali, E. (1995), Aspects of the mathematics-culture relationship in mathematics teaching-learning in compulsory school. *Proc. of PME-XIX*, Recife.
- Borba, M. (2005), Humans-with-Media: Transforming Communication in the Classroom, in A. Chronaki and I. Christiansen (eds). *Challenging Perspectives on Mathematics Classroom Communication*. IAP:Information Age Publishing. Connecticut.
- Chronaki, A. (1992), The Epistemology of Constructivism. School of Education. University of Bath.
- Chronaki, A. (1997), Case Studies in the Teaching of Mathematics through the Use of Art-Based Activities. Unpublished PhD Dissertation. University of Bath, Bath, UK.
- Chronaki, A. (2000), Teaching Maths through Theme-Based Resources: Pedagogic Style, 'Theme' and 'Maths' in Lessons. *Educational Studies in Mathematics*. 42: 141-142.
- Clements, D.H. (2002), Computers in Early Childhood Mathematics. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 3(2), 160-181.
- Clements, D.H. and Battista, M.T. (1992), Geometry and Spatial Reasoning, in D. Grows (Ed.) *Handbook of Research in Mathematics Education*, 420-464. New York: Macmillan Publishing Company.
- Cobb, P. Yackel, E. and Wood, T. (1992), Interaction and learning in mathematics classroom situations. *Educational Studies in Mathematics*. 23: 99-122.
- Davydov, V. (1999), What is Real Learning Activity? in M. Hedegaard and J. Lompscher (Ed.), *Learning Activity and Development*. Aarhus University Press. Denmark pp. 123-138
- Donaldson, M. (1978), Children's Minds. London: Fontana.
- Freudenthal, H. (1973), Mathematics as an Educational Task. Dordrecht-Holland. D. Reitel Publishing Company
- Fishbein, E. (1993), The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics*. 24,139-162.
- Gardner, H. (1983), Frames of Mind: the theory of multiple intelligences. New York, NY: Basic Books.
- Geddes, D. and Fortunato, I. (1993), Geometry: Research and classroom activities, in Owens (Ed.), *Research Ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 199-222). Old Tappan, NJ: MacMillan.
- Gravemeijer, K. (1990), Realistic Geometry Instruction, in K. Gravemeijer (1990), *Contexts, Free Productions, Tests and Geometry in Realistic Mathematics Education*. OW&OC, 79-91
- Haugland, S.W. and Shade, D.D. (1994), Early Childhood Computer Software. *Journal of Computing in Childhood Education*. 5, 83-92
- Hedegaard, M. (1999), The Influence of Societal Knowledge Traditions on Children's Thinking and Conceptual Development, in M. Hedegaard and J. Lompscher (Ed.), *Learning Activity and Development*. Aarhus University Press. Denmark. pp. 22-50.
- Hedegaard, M. and Lompscher, J. (1999) (Ed.) *Learning Activity and Development*. Aarhus University Press. Denmark.
- Hershkovits, R. (1990), Psychological Aspects of Learning Geometry, in P. Nesher and J. Kilpatrick (eds.) *Mathematics and Cognition*, Cambridge University Press.
- Hughes, M. (1986), Τα Παιδιά και η έννοια του αριθμού, Gutenberg (μετάφραση 1996)
- Laborde, C. (1995), Language and Mathematics, in P. Nesher and J. Kilpatrick (Ed), *International Handbook of Studies in Mathematics Education*, Cambridge University Press.

Άννα Χρονάκη. (2006). Η πρό(σ)κληση της γεωμετρίας και της τεχνολογίας στις μικρές ηλικίες: Το 'μέσο' και το 'μήνυμα' του συστήματος άτομα-τεχνολογία-δραστηριότητα. *Θέματα στην Εκπαίδευση*. 7 (1) σελ. 23-51.

- Leont'ev, A.N. (1978), Activity, consciousness, and personality. Engewood Cliffs. NJ:Prentice-Hall.
- Mariotti, M.A. 2001. Justifying and Proving in the Cabri Environment. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. 6, 257-281.
- Merleau-Ponty, M. (1962) Phenomenology of Perception, London: Routledge & Kegan Paul
- Papert, S. (1980), Νοητικές Θύελλες, παιδιά, ηλεκτρονικοί υπολογιστές και δυναμικές ιδέες, Αθήνα: Οδυσσεάς (μετάφραση 1991).
- Piaget, J. and Inhelder, B. (1967) The child's conception of space, New York: W.Norton & Co.
- Pole, C. and Morrison, M. (2003), Ethnography for Education, Open University Press.
- Rotman, B. (1993), Ad Infinitum: The Ghost in Turing's Machine - Taking the God out of Mathematics and Putting the Body back in, CA: Stanford University Press.
- Sinclair, M. (2003), Some Implications of the results of a case study for the design of pre-constructed dynamic geometry sketches and accompanying materials. *Educational Studies in Mathematics*. 52: 289-317.
- Straesser, R. (2001), Cabri-Geometre: Does Dynamic Geometry Software (DGS) Change Geometry and its Teaching and Learning? *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. 6, 319-333.
- Salomon, G. (1974), What is learned and how it is taught: the interaction between media, message, task and learner, in D. R. Olson (Ed.), *Media and symbols: the forms of expression, communication and education. The 73rd Yearbook of the National Society for the Study of Education. Part I.*, 383-406, Chicago: The University of Chicago Press
- Talyzina, N. F. (1999), Psychological Mechanisms of Generalisation. in M. Hedegaard and J. Lompscher (Ed.), *Learning Activity and Development*. Aarhus University Press. Denmark (pp. 167-186).
- Vygotsky, L. S. (1978), Mind in Society: the development of higher psychological processes. Harvard University Press (editors and translators: M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner & E. Soubberman).
- Van Hiele, P.M. (1986), Structure and Insight: A theory of Mathematics Education. Academic Press, Inc.
- Walkerdine, V. (1988) The Mastery of Reason: Cognitive Development and the Production of Rationality, London: Routledge
- Walkerdine, V. (1994), Επανεξετάζοντας την προοδευτική παιδαγωγική, στο. Ι. Σολομών και Γ. Κουζέλης (Επιμ.). *Πειθαρχία και Γνώση (τοπικά α)*. Εταιρεία Μελέτης Επιστημών του Ανθρώπου, Αθήνα. (μετάφραση Χλόη Μπάλλα)
- Wheatley, G. (1998), Imagery and mathematics learning, in M. Sharma, J. Schmittau and V.Schell (Ed), *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20, 2/3, 65-77.
- Wertsch, J. V. (1998), Mind as Action. NY: Oxford University Press.

Ελληνόγλωσση Βιβλιογραφία

- Γαβρήλου, Ε. και Μπουρδάκης, Β. (2003), 'Η Νοηματική Ανασυγκρότηση του Χώρου: Ο Επαναπροσδιορισμός των "Αρχιτεκτονικών Σταθερών" και των Πρωταρχικών Δομών "Σωματικής Εμπειρίας"', *ΑΕΙΧΩΡΟΣ*, 2(1), 130-145.
- Κολέζα, Ε. (2000), Γνωσιολογική και Διδακτική Προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Εννοιών. Leader Books. Αθήνα.

Άννα Χρονάκη. (2006). *Η πρό(σ)κληση της γεωμετρίας και της τεχνολογίας στις μικρές ηλικίες: Το 'μέσο' και το 'μήνυμα' του συστήματος άτομα-τεχνολογία-δραστηριότητα. Θέματα στην Εκπαίδευση*. 7 (1) σελ. 23-51.

Σβολόπουλος, Β. (2001), Μελέτη Βιωσιμότητας για την Εκπαιδευτική Αξιοποίηση και Περαιτέρω Ανάπτυξη της Τεχνολογικής και Ανθρώπινης Υποδομής της Οδύσσειας μετά το πέρας του ΕΠΕΑΕΚ (Τελική Έκθεση). Έργο 'Κύκλωπες'. ΚΕΕ (Κέντρο Εκπαιδευτικής Έρευνας). Αθήνα.

Σκουμπουρδή, Χ. (2003), Μορφές Εικονικής Αναπαράστασης της Έννοιας του Τριγώνου στα Μαθηματικά του Δημοτικού Σχολείου. Στο Δ. Χασάπης (επιμ..) *Εικόνα, Σχήμα και Λόγος στη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, 105-124.

Φουρτούνης, Γ. (2005), Ο Λουί Αλτουσέρ και η επιστημολογική αντινομία του Μαρξισμού. *Κριτική Επιστήμη και Εκπαίδευση*, 1, 5-17.

Χρονάκη, Α. και Δημουλά, Μ. (2005), Ίδια και Διαφορετικά: Κατανόηση τριγώνων από παιδιά πρώτης δημοτικού. Πρακτικά του 1^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου για τη Διδακτική των Μαθηματικών. Αθήνα. Δεκέμβρης 2005.

Χρονάκη, Α. και Στεργίου, Ε. (2005), Ο υπολογιστής στην τάξη του νηπιαγωγείου: Οι προτιμήσεις των παιδιών και οι πρόσβαση σε υπολογιστές και τεχνογνωσία. *Διδακταλία των Φυσικών Επιστημών: Έρευνα και Πράξη*. Τεύχος 13, 46-53.

Χρονάκη, Α. (2004), Ο Υπολογιστής στην Τάξη: μαθητές και εκπαιδευτικοί σε νέους ρόλους. Στο Ι. Κεκές (Επιμ.), *Νέες Τεχνολογίες και Εκπαίδευση: Ζητήματα Σχεδιασμού και Εφαρμογών-Φιλοσοφικές και Κοινωνικές Προεκτάσεις*, 79-110, Αθήνα: Εκδόσεις Ατραπός

Ευχαριστίες

Τα επιμέρους στοιχεία του διδακτικού πειράματος και της σειράς έργων στους 'μικρόκοσμους' αναπτύχθηκαν στα πλαίσια πτυχιακών εργασιών και εργασιών σε προπτυχιακά μαθήματα που αφορούν την αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση. Ευχαριστίες πρέπει να αποδοθούν σε όλες τις φοιτήτριες και τους φοιτητές που παρακολούθησαν και συμμετείχαν σε αυτά τα μαθήματα. Επίσης θερμά ευχαριστώ στις εκπαιδευτικούς, στους μαθητές και στις μαθήτριες που βοήθησαν στη διεξαγωγή των διδακτικών πειραμάτων και ακόμη στους ανώνυμους κριτές αυτού του άρθρου για τις εύστοχες παρατηρήσεις και διευκρινήσεις που ζήτησαν.